

## ПЕРІОДИЧНІ ТА ХАОТИЧНІ РЕЖИМИ РОБОТИ ЛІНІЙНОГО МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНОГО ДВИГУНА З ВІБРОУДАРНИМ ТИПОМ НАВАНТАЖЕННЯ

**Р.П. Бондар**<sup>1\*</sup>, канд. техн. наук, **О.Д. Подольцев**<sup>2\*\*</sup>, докт. техн. наук

<sup>1</sup> – Київський національний університет будівництва і архітектури,

пр. Повітрофлотський, 31, Київ, 03037, Україна,

e-mail: [rpbondar@gmail.com](mailto:rpbondar@gmail.com)

<sup>2</sup> – Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна

*Розглянуто лінійний магнітоелектричний двигун вібраційної дії циліндричної топології в ролі приводу двомасової віброударної системи. Для моделювання сили удару приймається сила контактної взаємодії, що описується формулою Герца. Виконано розрахунок характеристик електромеханічної системи в залежності від режиму віброударного навантаження. Показано, що конструктивні параметри двигуна суттєво впливають на динамічну поведінку системи. Проаналізовано вплив інтенсивності поля збудження на режим роботи двигуна. На основі нелінійних рівнянь динаміки системи, а також шляхом застосування методу точкових відображень й діаграми біфуркації показано вплив інтенсивності поля постійних магнітів на стабільність роботи машини. Бібл. 17, рис. 9, табл. 1.*

**Ключові слова:** віброударне навантаження, двомасова віброударна система, лінійний магнітоелектричний двигун, хаотичний режим.

**Вступ.** Вібраційні технології є основою багатьох сучасних технологічних процесів, пов'язаних з переміщенням та обробкою матеріалів, ущільненням, сортуванням, гранулюванням тощо. Лінійні магнітоелектричні машини використовуються у випробувальних та калібрувальних стендах, віброізоляційних платформах, для поглинання енергії ударів у підвісках автомобілів та ін. Залежно від призначення такі пристрої можуть як утворювати вібраційні навантаження, так і, навпаки, їх зменшувати.

Застосування лінійних магнітоелектричних двигунів (ЛМД) вібраційної дії в приводах будівельних машин забезпечує низку переваг, основними з яких є широкий частотний робочий діапазон, відсутність механічних передач, а, отже, надійність і низький рівень шуму, можливість регулювання експлуатаційних характеристик у автоматичному режимі.

Конструкція площадки для формування бетонних виробів з приводом від ЛМД вібраційної дії наведена на рис. 1. Лінійний двигун 1 жорстко кріпиться до платформи 2, що ізолюється від фундаменту 3 через опорні амортизатори 4.

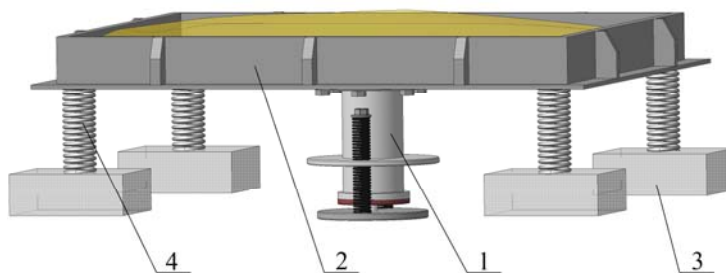


Рис. 1

Використання вібраційних та віброударних пристроїв з приводом від лінійних двигунів має свої особливості, які визначаються характером робочого процесу. Для того, щоб вібратор виконував певну технологічну операцію (ущільнення, перемішування тощо),

необхідно забезпечити відповідність електромеханічних характеристик ЛМД вимогам робочого процесу.

Механічна схема віброударної площадки (рис. 1) найчастіше розглядається як двомасова, з двома ступенями вільності. Динамічна поведінка таких систем за синусоїдного збудження відносно добре відома. Для моделювання сили удару зазвичай застосовується модель Ньютона [1, 2, 3] або Герца [4].

Наявність нелінійності, зумовленої ударним типом навантаження, в сукупності з нелінійними характеристиками приводу спричиняє суттєву зміну динамічних властивостей системи. Взаємодія електричної та механічної частин робить систему більш складною, а іноді й непередбачуваною. Залежно від значень параметрів машини може змінюватись режим коливаль, порушуватись стабільність, можуть виникати небажані або неефективні режими роботи. Тому актуальним є питання дослідження динамічної поведінки приводу залежно від параметрів ЛМД вібраційної дії з метою забезпечення режимів роботи, що найкраще відповідають вимогам технологічного процесу.

**Метою роботи** є дослідження динамічних властивостей двомасової електромеханічної системи з приводом від лінійного магнітоелектричного вібраційного двигуна під час роботи на віброударне навантаження.

### Динаміка віброударної системи з лінійним електроприводом.

**Електрична схема заміщення.** У ролі збудника періодичної електромагнітної сили  $F_{ev}$  розглядається циліндричний лінійний магнітоелектричний двигун вібраційної дії з гладкою (беззубцевою) структурою статора.

Схему заміщення двигуна показано на рис. 2, де  $R_{sv}$ ,  $L_v$  – відповідно активний опір та індуктивність обмотки статора,  $e$  – ЕРС руху якоря,  $R_{mag}$  – активний опір, що відповідає магнітним втратам в осерді.

У наведеній схемі заміщення опір обмотки статора  $R_{sv}$  приймається сталим. Індуктивність обмотки  $L_v$  є функцією переміщення якоря відносно статора. Враховується її зміна залежно від робочої частоти ЛМД. Опір  $R_{mag}$  є залежним від

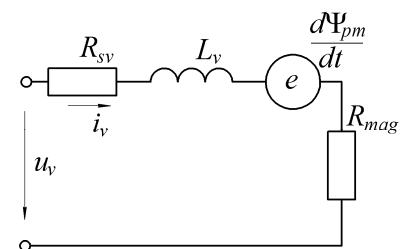


Рис. 2

робочої частоти. ЕРС руху якоря дорівнює  $e = -\frac{d\Psi_{pm}}{dt}$ , де  $\Psi_{pm}$  – потокозчеплення обмотки статора, зумовлене полем постійних магнітів, яке є функцією положення якоря.

Враховуючи зазначене, та відповідно до схеми заміщення диференціальне рівняння рівноваги напруг обмотки статора машини можна записати у вигляді:

$$u_v = i_v(R_{sv} + R_{mag}) + L_v \frac{di_v}{dt} + \frac{dL_v}{dx} \frac{dx}{dt} i_v + \frac{d\Psi_{pm}}{dx} \frac{dx}{dt} i_v, \quad (1)$$

де  $u_v$ ,  $i_v$  – відповідно напруга та струм обмотки двигуна;  $x$  – переміщення якоря відносно статора.

У випадку беззубцевої конструкції статора ЛМД (коли відсутні зубцеві гармоніки та міжзубцеві сили зчеплення) електромагнітну силу можна виразити через похідну від магнітної енергії

$$F_{ev} = \left. \frac{\partial W_m}{\partial x} \right|_{i_v = \text{const}} = \frac{d\Psi_{pm}}{dx} i_v + \frac{1}{2} \frac{dL_v}{dx} i_v^2. \quad (2)$$

**Механічна схема заміщення.** Для ударно-вібраційних площадок, що застосовуються в будівельному виробництві під час ущільнення бетону або формування бетонних виробів, типовою є двомасова механічна схема, яку показано на рис. 3. Тут ЛМД вібраційної дії 1 через ударник 2 періодично здійснює удари по демпферу 3. Між ударником та демпфером має місце попередній зазор  $\Delta$ . Система здійснює переміщення під дією періодичної електромагнітної сили  $F_{ev}$ , що визначається рівнянням (2). Верхня маса  $m_p$  моделює раму з

платформою 4, до якої кріпиться двигун вібраційної дії 1. Платформа ізолюється від фундаменту опорними амортизаторами з коефіцієнтом жорсткості  $k_p$ .

Вихідними є такі припущення:

- коливальні маси являють собою абсолютно жорсткі тіла;
- поведінка пружних елементів описується законом Гука, тобто їх жорсткість є постійною величиною;
- маса  $m_p$  враховує також приєднану масу навантаження (масу бетонної суміші тощо);
- система знаходиться в положенні механічної рівноваги, коли існує статична рівновага між силою тяжіння та силами пружності;
- удар є прямим і центральним, тобто вектор швидкості та нормалі до поверхні тіл у точці зіткнення проходить через їх центри мас.

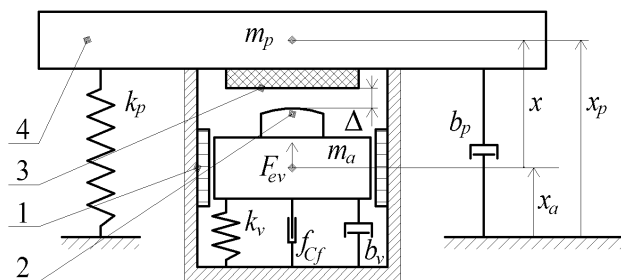


Рис. 3

Якщо прийняти за початок координати переміщення положення механічної рівноваги системи (положення мас за відсутності сили  $F_{ev}$ ), то наведений механічний схемі відповідають такі рівняння руху:

$$\left. \begin{aligned} m_a \frac{d^2 x_a}{dt^2} &= F_{ev} - k_v x - b_v \frac{dx}{dt} - F_{im} - F_{Cf} \operatorname{sign} \frac{dx}{dt}; \\ m_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} &= -F_{ev} + k_v x + b_v \frac{dx}{dt} + F_{im} + F_{Cf} \operatorname{sign} \frac{dx}{dt} - k_p x_p - b_p \frac{dx_p}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де  $m_a$  – маса якоря двигуна;  $x$  – переміщення якоря двигуна відносно статора;  $k_v$  – коефіцієнт жорсткості пружної підвіски двигуна;  $b_v$  – коефіцієнт в'язкого тертя, який враховує механічні втрати в двигуні;  $F_{im}$  – сила удару;  $F_{Cf}$  – сила сухого Кулонівського тертя;  $x_a$  – переміщення якоря відносно нерухомої системи координат ( $x_a = x + x_p$ );  $m_p$  – сумарна маса платформи та приєднана маса навантаження;  $x_p$  – переміщення платформи;  $k_p$  – коефіцієнт жорсткості амортизаторів платформи;  $b_p$  – сумарний коефіцієнт в'язкого тертя, що враховує втрати в амортизаторах платформи та в навантаженні.

Для моделювання сили удару приймається сила контактної взаємодії, що описується формулою Герца [4]

$$F_{im} = K_{im} \alpha^{3/2}, \quad (4)$$

де  $\alpha = x - \Delta$  – відносне зближення тіл;  $K_{im}$  – стала, яка враховує властивості матеріалів, що ударяються та геометрію зони контакту;  $K_{im} = \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2) \sqrt{A+B}}$ ;  $q, A, B$  – константи, що характеризують геометрію зони контакту;  $\delta_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1 \pi}$ ;  $\delta_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{E_2 \pi}$ ;  $\mu_1, \mu_2, E_1, E_2$  – відповідно коефіцієнти Пуассона та модулі Юнга для обох тіл.

Для випадку, коли ударник має форму сфери з радіусом  $R_1$ , а обмежник являє собою плоску поверхню,  $A = B = \frac{1}{2} R_1$ ,  $q = 0,318$  [5].

Сила удару  $F_{im}$  дорівнює виразу (4), коли  $x > \Delta$  і рівна нулю, якщо  $x \leq \Delta$ .

В табл. 1 наведено вихідні значення параметрів для подальшого розрахунку за допомогою зображених вище схем заміщення.

**Періодичні режими роботи ЛМД з віброударним типом навантаження.** Суттєве

спрощення аналізу динамічної поведінки системи можна досягнути шляхом дискретизації рівнянь, представлених у часовій області, згідно з методом точкових відображень або методом відображень Пуанкаре.

|                                                   |                                                            |        |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------|
| Електрична<br>схема<br>заміщення                  | Коефіцієнт електромагнітної сили $d\Psi_{pm}/dx$ , Н/А     | 12,5   |
|                                                   | Активний опір обмотки статора $R_{sv}$ , Ом                | 2,67   |
| Механічні<br>параметри<br>віброударної<br>системи | Маса якоря двигуна $m_a$ , кг                              | 5,8    |
|                                                   | Коефіцієнт в'язкого тертя $b_v$ , кг/с                     | 32     |
|                                                   | Сила сухого тертя $F_{cf}$ , Н                             | 2,5    |
|                                                   | Коефіцієнт жорсткості пружної підвіски двигуна $k_v$ , Н/м | 153291 |
|                                                   | Маса платформи $m_p$ , кг                                  | 31,2   |
|                                                   | Коефіцієнт в'язкого тертя $b_p$ , кг/с                     | 35     |
|                                                   | Коефіцієнт жорсткості амортизаторів платформи $k_p$ , Н/м  | 306582 |
| Коефіцієнти<br>моделі удару                       | Радіус сфери ударника $R_1$ , м                            | 0,2    |
|                                                   | Коефіцієнт $q$                                             | 0,318  |
|                                                   | Коефіцієнт Пуассона сталі (Ст3) $\mu_1$                    | 0,3    |
|                                                   | Модуль Юнга сталі (Ст3) $E_1$ , Па                         | 200e9  |
|                                                   | Коефіцієнт Пуассона текстоліту $\mu_2$                     | 0,1    |
|                                                   | Модуль Юнга текстоліту $E_2$ , Па                          | 1,68e8 |

Для неавтономної системи, представленої рівняннями (1-4), побудову точкових відображень зазвичай виконують з періодом збудження, який у даному випадку рівний періоду напруги живлення ЛМД. Січна площина визначається як [6]

$$\Sigma := \{(x_k, \theta) \in \mathbb{R}^5 \times S^1 : \theta = \theta_0\}, \quad (5)$$

де  $x_k = \left[ u_v, i_v, \frac{di_v}{dt}, x_a, \frac{dx_a}{dt} \right]$  – вектор рішень;  $S^1 = [0, 2\pi)$ ;  $\theta$  – кутова координата, що має зміст фазового кута збудження.

Траєкторія  $x_k$  з періодом  $T = 2\pi/\omega$  проходить через поверхню  $\Sigma$ . Послідовність таких перетинів формує відображення Пуанкаре.

Загальний аналіз системи в просторі параметрів може бути виконаний із застосуванням біфуркаційних діаграм. Вони відображають якісні зміни динамічного режиму системи під час зміни її параметрів. Лінії на біфуркаційній діаграмі представляють періодичні рішення, які змінюються внаслідок варіації контрольованого параметра.

Діаграму біфуркацій струму ЛМД залежно від частоти напруги живлення  $\omega$  показано на рис. 4. Значення струму фіксується в моменти часу  $t = 2\pi m/\omega + \pi/2\omega$  ( $m$  – ціле число), що відповідають кутовій координаті напруги живлення, рівній  $\theta = 2\pi m + \pi/2$ . Значення параметрів електричної та механічної схем заміщення відповідають наведеному в табл. 1. Напруга живлення є синусоїдною  $u_v = U_{vm} \sin \omega t$ , попередній зазор між ударником та демпфером становить  $\Delta = 0,0045$  м.

Для кожного значення частоти стан системи розраховується згідно з рівняннями (1-4) з нульовими початковими умовами до досягнення усталеного режиму протікання електромеханічних процесів. Потім усталені значення фіксуються та використовуються для побудови діаграми.

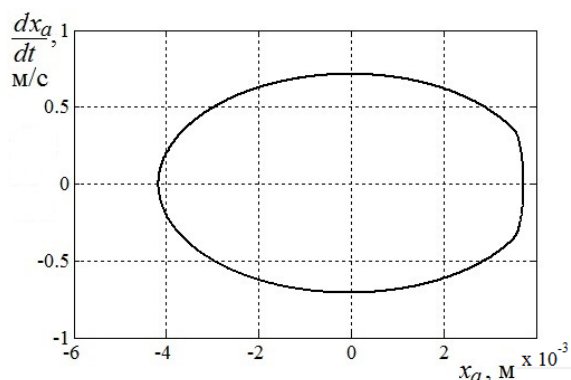
На зображеній діаграмі можна виділити кілька ділянок, що відповідають різним робочим режимам ЛМД. Ділянки, що прилягають до точок  $a1$  та  $a2$  зліва та справа,

відповідають суто вібраційному режиму роботи приводу. На проміжку між точками  $a1$  та  $a2$  режим є віброударним, причому характер ударного режиму змінюється з режиму одного удару на два періоди напруги живлення на початку ділянки до одного удару за період в її кінці.

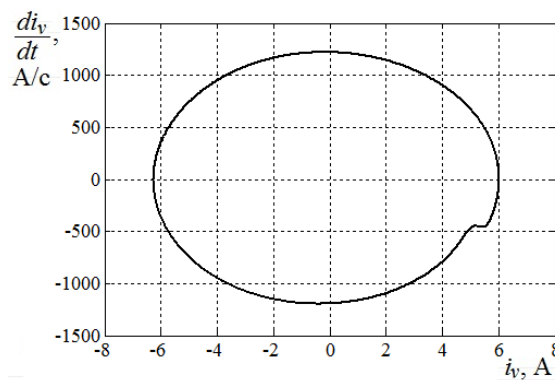
Динамічна поведінка двомасової системи з приводом від ЛМД у вібраційному режимі роботи розглядалась зокрема в [7]. У даному дослідженні обмежимося аналізом динамічних властивостей системи під час роботи з віброударним навантаженням. Для цього на діаграмі, показаній на рис. 4, виділимо дві частоти:  $\omega_1 = 182,2 \text{ c}^{-1}$  та  $\omega_2 = 194,15 \text{ c}^{-1}$ , що відповідають різним віброударним режимам.

Періодичний віброударний рух може бути охарактеризований коефіцієнтом  $q_{im} = p_{im}/n_c$ , де  $p_{im}$  – кількість ударів,  $n_c$  – кількість циклів збудження. Тоді для частоти  $\omega_1$  відповідний коефіцієнт становить  $q_{im} = 1/2$ , а для частоти  $\omega_2$  –  $q_{im} = 1/1$ . Розглянемо характеристики ЛМД для обох зазначених режимів.

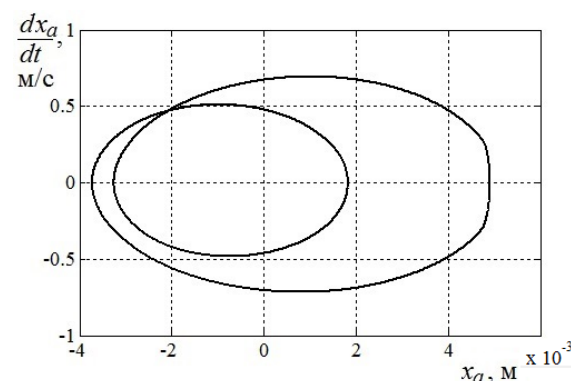
На рис. 5 показано фазові портрети переміщення якоря (рис. 5, а) та струму ЛМД (рис. 5, б) для віброударного режиму  $q_{im} = 1/1$ . Аналогічні залежності у фазовому просторі для режиму  $q_{im} = 1/2$  показано відповідно на рис. 5, в, г.



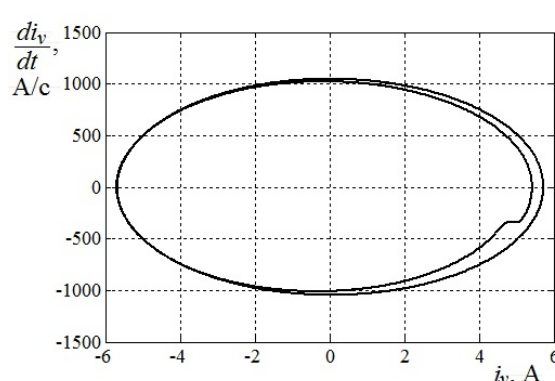
а



б



в



г

Рис. 5

З наведених рисунків видно, що характер струму для обох віброударних режимів відрізняється від синусоїдного. Для режиму роботи  $q_{im} = 1/2$  характерним є також залежність динамічної поведінки від наявності чи відсутності удару протягом відповідного циклу коливаль. Очевидно, що зміна ударного навантаження суттєво впливатиме на електричні характеристики ЛМД.

На рис. 6 показано залежність характеристик двигуна від значення ударного прискорення якоря  $A_{am}$  та сили удару  $F_{imm}$  (максимальні значення) для обох зазначених вище режимів. Зміна прискорення (та сили удару) реалізується через зміну амплітуди напруги живлення ЛМД.

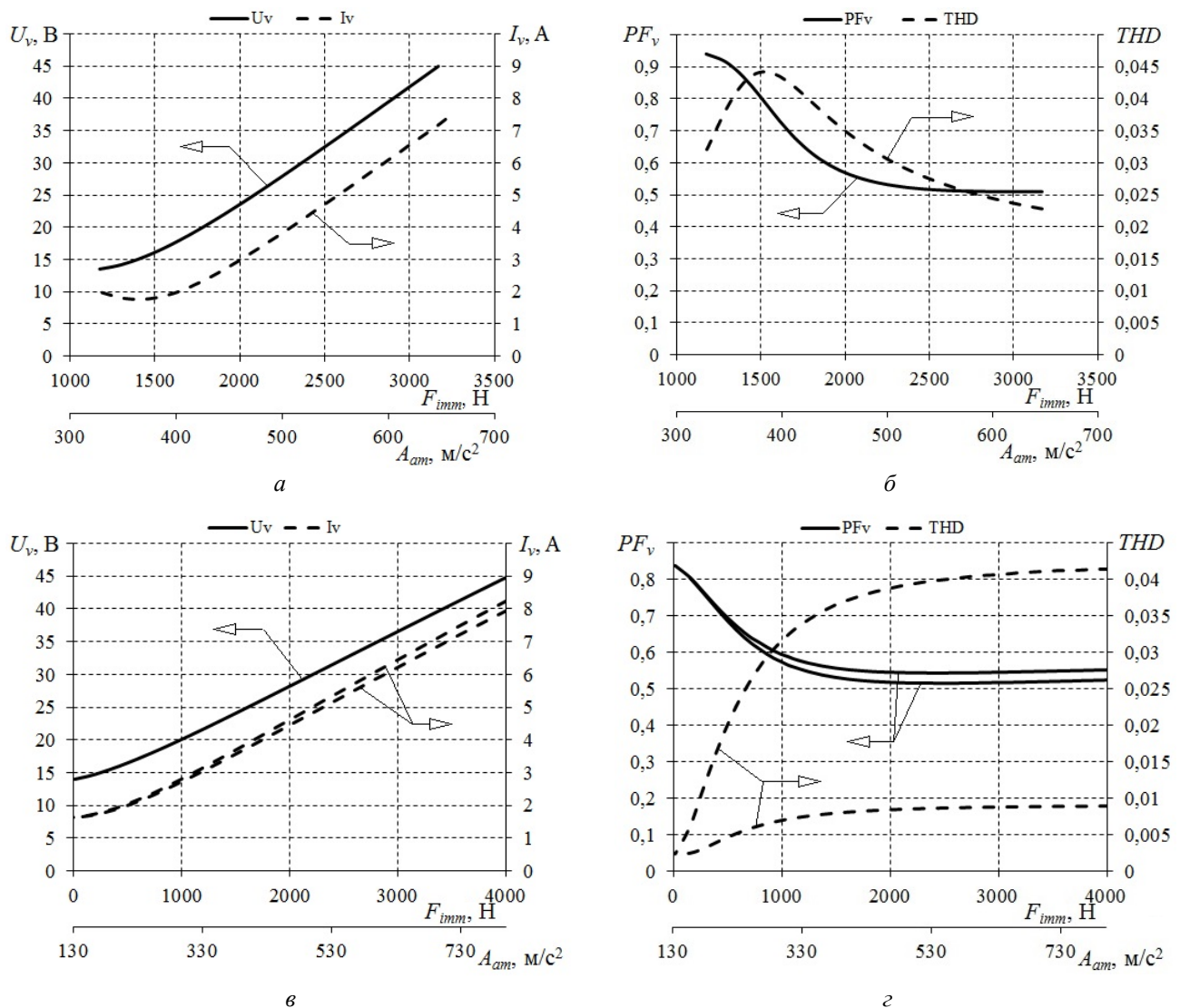


Рис. 6

Залежності діючих значень напруги  $U_v$  та струму  $I_v$ , а також коефіцієнта потужності  $PF_v$  і коефіцієнта гармонік струму  $THD$  для режиму  $q_{im} = 1/1$  показано на рис. 6, а, б.

Останній розраховувався на підставі виразу

$$THD = \frac{I_H}{I_F},$$

де  $I_H = \sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_n^2}$  – діюче значення струмів гармонічних складових;  $I_2, I_3, \dots, I_n$  – діючі значення струмів другої, третьої, ...  $n$  гармонік;  $I_F$  – діюче значення струму фундаментальної гармоніки.

Обчислення коефіцієнта потужності здійснювалось відповідно до рівняння

$$PF_v = \frac{P_v}{U_v I_v} = \frac{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t u_v i_v dt}{U_v I_v}.$$

Аналогічні залежності для режиму  $q_{im} = 1/2$  показано на рис. 6, в, г.

З наведених даних видно, що характеристики ЛМД за невеликих ударних навантажень є суттєво нелінійними. У процесі зростання ударного навантаження характеристики наближаються до лінійних.

Для віброударного режиму  $q_{im} = 1/2$  (рис. 6, в, г) відповідні характеристики набувають двох значень, одне з яких відноситься до безударного періоду, інше – до ударного. Слід також відмітити, що для обох режимів зростання ударного навантаження призводить до погіршення енергетичних показників привода (коефіцієнтів потужності та гармонік).

**Хаотичні режими роботи ЛМД.** Характеристики, наведені вище, відповідають стійким періодичним режимам роботи привода й отримані для значень параметрів електромеханічної системи (табл. 1). Зміна того чи іншого параметра може суттєво вплинути на динамічну поведінку системи, спричинити виникнення квазіперіодичних або нерегулярних режимів роботи.

У нелінійних системах з числом динамічних змінних більше трьох у деяких випадках може зустрічатись нерегулярна, схожа на випадковий процес, поведінка динамічних змінних у часі, зумовлена власною динамікою системи, а не якимось зовнішнім впливом на неї [17]. Такий режим називається стохастичним, або режимом динамічного хаосу. В дисипативних системах хаос асоціюється з наявністю у фазовому просторі дивних атракторів – складно влаштованих фрактальних множин, які «притягують» до себе всі траєкторії з деякої прилеглої області – басейну атрактора.

Оскільки загальний аналіз динамічної поведінки системи під час зміни її параметрів потребує проведення значних чисельних досліджень, у даному викладі обмежимося виключно параметрами, пов'язаними з конструктивними особливостями ЛМД.

Маса якоря двигуна – важливий параметр, який визначає резонансні властивості системи. Вибір необхідного значення маси якоря є важливою умовою ефективної роботи привода. Водночас слід урахувувати те, що значення цього параметра впливає на режим роботи, а його зміна може призвести до виникнення неперіодичних режимів, відмінних від розглянутих вище.

На рис. 7, а, б показано фазові портрети в стробоскопічному перетині відповідно до переміщення якоря та струму ЛМД для випадку, коли маса якоря становить  $m_a = 9,8 \text{ кг}$ , тобто збільшена на 4 кг. Діюче значення синусоїдної напруги становить 19,9 В з частотою  $\omega = 153,9 \text{ с}^{-1}$ . Значення струму та переміщення фіксуються в моменти часу, що відповідають кутовій координаті напруги живлення, рівній  $\theta = 2\pi m + \pi/2$ .

Зміна відповідних величин у часі відображена на рис. 7, в, де також показано миттєві переміщення платформи  $x_p$  та прискорення якоря  $a_a$ .

З наведеного рисунку видно, що поведінка динамічних змінних є неперіодичною, що зумовлює порушення технологічного режиму, оскільки прискорення якоря та платформи не мають усталених значень.

Значний вплив на динамічну поведінку системи має також попередній зазор  $\Delta$  між ударником та демпфером. З одного боку, існує оптимальне значення зазору, яке відповідає максимальним силі удару та прискоренню, з іншого – варіація цього параметра може призвести до суттєвої зміни режиму роботи привода.

На рис. 8, а, б показано фазові портрети в стробоскопічному перетині переміщення якоря та струму ЛМД для тих самих параметрів, що і на рис. 7, проте зі значенням зазору  $\Delta = 0,0027 \text{ м}$ . Зміну відповідних величин у часі ілюструє рис. 8, в. Фазові траєкторії переміщення якоря та струму ЛМД показано на рис. 8, г, д відповідно.

З наведеного рисунку видно, що за таких значень параметрів система демонструє хаотичну поведінку, й такий режим роботи в приводах віброплощадок для формування бетонних виробів є неприйнятним.

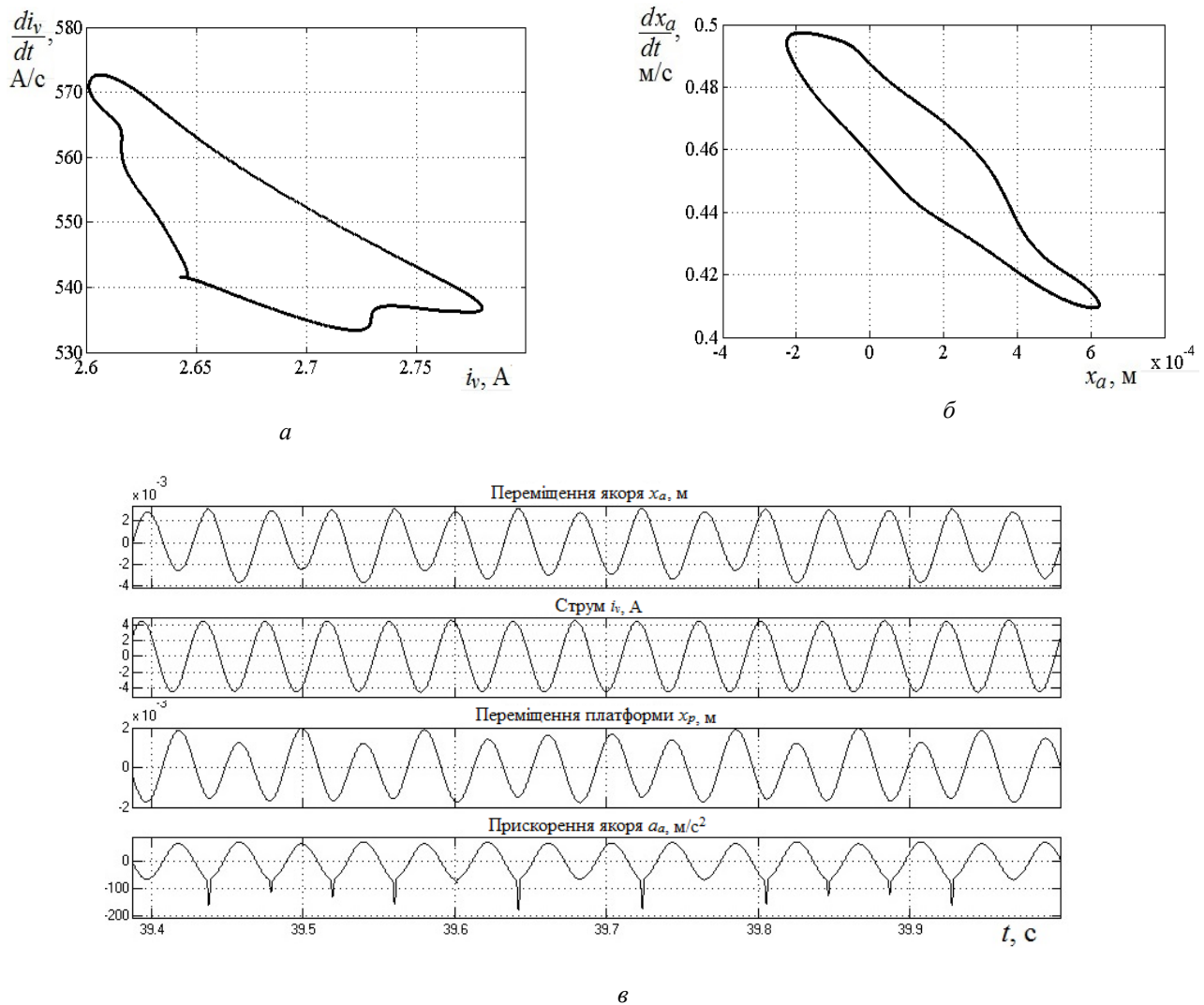


Рис. 7

Досягнення стійких періодичних режимів роботи привода може забезпечуватись не тільки зміною параметрів віброударної системи. Інший спосіб підвищення стійкості полягає в застосуванні спеціальних алгоритмів керування [8, 9, 10]. У цьому випадку є можливість більш оптимального налаштування параметрів системи згідно з вимогами технологічного процесу.

Теоретичні аспекти стійкості двомасових віброударних систем досить ґрунтовно розглядались, зокрема в [1, 11, 12]. Загальний аналіз динамічної поведінки системи може бути виконаний на підставі біфуркаційних діаграм або шляхом обчислення експонент Ляпунова. Від'ємні значення експонент відповідають стійким режимам, додатні – нестійким, з непередбачуваною поведінкою, суттєво чутливою до початкових умов. Хаотична динаміка на біфуркаційних діаграмах відображається сукупністю неперіодичних послідовностей точок, що формують широкий, нечіткий малюнок.

Дослідження, проведені останнім часом, свідчать про наявність хаотичних режимів у приводах електричних машин постійного струму [13], асинхронних машин [14], синхронних машин [15, 16].

В синхронних машинах з постійними магнітами значний вплив на динамічну поведінку системи мають конструктивні особливості, пов'язані з конфігурацією та інтенсивністю поля збудження [16, 17]. Так, в рівнянні (1) балансу напруг ЛМД зв'язок електричних величин з механічними виражається через коефіцієнт ЕРС

$K_{Ev} = d\Psi_{pm}/dx = \Psi_m \pi / \tau$ , де  $\Psi_m$  – амплітуда потокозчеплення;  $\tau$  – полюсна поділка.

Аналогічний коефіцієнт (коефіцієнт електромагнітної сили) входить до складу системи рівнянь (3). Очевидно, що зміна параметрів електричної схеми заміщення (параметрів, що визначаються конструкцією ЛМД) буде суттєво впливати на динаміку системи. Звідси випливає, що під час проектування віброударних систем з приводом від ЛМД вібраційної дії необхідний режим роботи має узгоджуватись з конструктивними параметрами двигуна.

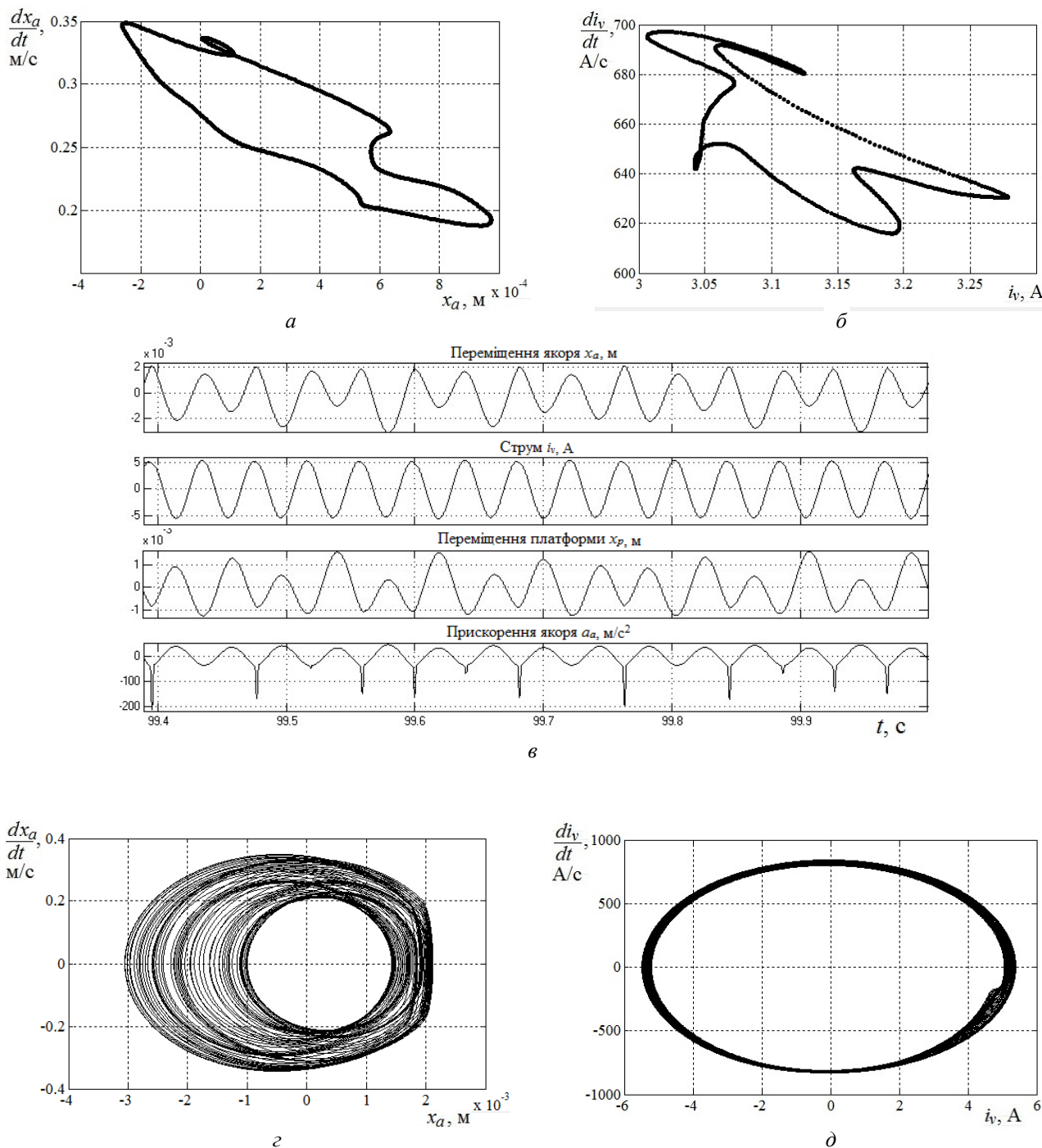


Рис. 8

На рис. 9, а показано діаграму біфуркацій струму ЛМД залежно від зміни амплітудного значення потокозчеплення обмотки, зумовленого полем постійних магнітів.

Діаграма відноситься до випадку  $\omega = 153,9 \text{ c}^{-1}$ ;  $U_v = 19,9 \text{ В}$ ;  $\Delta = 0,0045 \text{ м}$ ;  $m_a = 9,8 \text{ кг}$  і отримана шляхом повільної зміни амплітуди потокозчеплення  $\Psi_m$  ( $3,143 \text{ e} - 4 \text{ Вб/с}$ ).

Ділянка  $b1b2$  на діаграмі відповідає суто вібраційному режиму роботи, і, як видно з рис. 9, б, струм на цій ділянці має найменші значення коефіцієнта гармонік  $THD$ . У віброударному режимі значення коефіцієнта гармонік погіршується.

На ділянці  $b2b3$  режим є періодичним, віброударним, з коефіцієнтом  $q_{im} = 1/1$ . Подальше зростання амплітуди потокозчеплення зумовлює виникнення неперіодичних режимів роботи, і коефіцієнт гармонік струму на цій ділянці стає невизначеним (рис. 9, б).

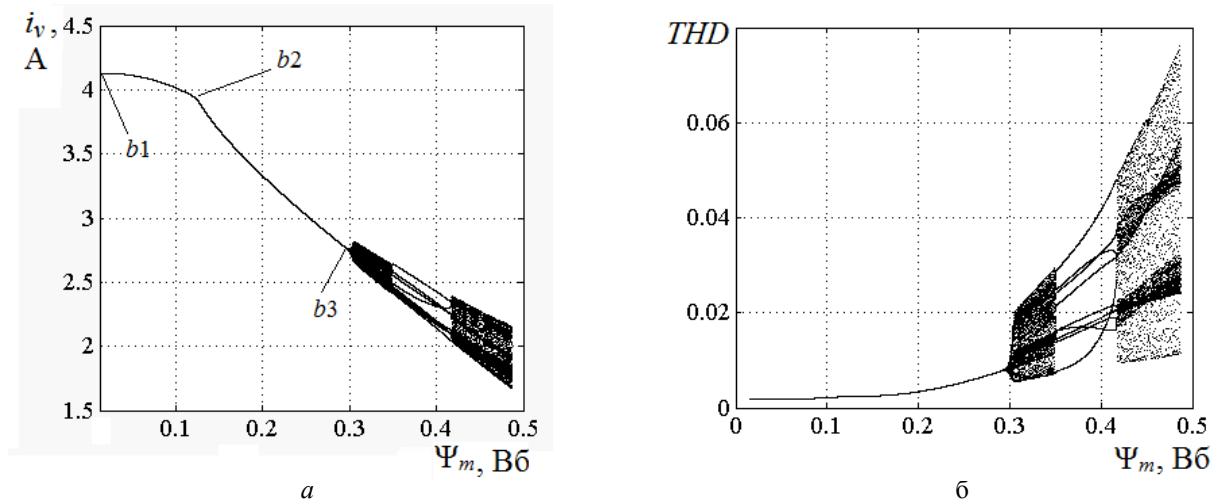


Рис. 9

З рис. 9, а видно, що криза відбувається в точці  $b3$ , коли потокозчеплення обмотки досягає значення  $\approx 0,3$  Вб. Амплітуда потокозчеплення, яка відповідає наведеним в табл. параметрам ЛМД, становить  $\Psi_m = 0,314$  Вб. Цим пояснюється неперіодична поведінка системи у випадку, показаному на рис. 7. Очевидно, що для таких механічних параметрів віброударної системи стійкість може бути підвищено шляхом зменшення амплітуди потокозчеплення так, щоб вона знаходилась у межах ділянки  $b2b3$ .

**Висновки.** Проведене дослідження динамічних властивостей двомасової віброударної електромеханічної системи з приводом від лінійного магнітоелектричного двигуна свідчить про суттєвий вплив конструктивних параметрів двигуна на динамічну поведінку системи.

Залежно від режиму ударного навантаження наявність чи відсутність удару протягом циклу коливань зумовлює відповідну варіацію електромеханічних характеристик системи. Для розглянутих віброударних режимів характер струму відрізняється від синусоїдного, а для режиму роботи  $q_{im} = 1/2$  відповідні характеристики набувають двох значень, одне з яких відноситься до безударного циклу, інше – до ударного. Також слід відмітити, що зростання ударного навантаження призводить до погіршення енергетичних показників привода (коефіцієнтів потужності та гармонік).

Зміна параметрів електричної схеми заміщення (параметрів, що визначаються конструкцією ЛМД) суттєво впливає на динаміку системи. Звідси випливає те, що під час проектування віброударних систем з приводом від ЛМД вібраційної дії необхідний режим роботи має узгоджуватись з конструктивними параметрами двигуна.

Фінансується за держбюджетною темою «Розвинути теорію імпульсних і високочастотних перехідних електромагнітних процесів у енергетичних і технологічних резонансних установках та високовольтних кабельних лініях електропередачі» (шифр «ЕЛКАБ»), що виконується за Постановою Бюро ВФТПЕ 04.07.2017 р., протокол №11. Державний реєстраційний номер роботи 0117U007713.

1. Aidanpää J. O., & Gupta R. B. Periodic and Chaotic Behaviour of a Threshold-Limited Two-Degree-of-Freedom System. *Journal of Sound and Vibration*. 1993. No 165 (2). Pp. 305 – 327.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1993.1259>.
2. Guanwei Luo & Zhang Yanlong & Jianhua Xie & Jiangang Zhang. Vibro-impact dynamics near a strong resonance point. *Acta Mechanica Sinica/Lixue Xuebao*. 2007. No 23. Pp. 329 – 341.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10409-007-0072-7>.

3. Nguyen D. T., Noah S. T., & Kettleborough C. F. Impact behaviour of an oscillator with limiting stops, part I: A parametric study. *Journal of Sound and Vibration*. 1986. No 109 (2). Pp. 293 – 307.  
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/s0022-460x\(86\)80010-4](http://dx.doi.org/10.1016/s0022-460x(86)80010-4).
4. Баженов В.А., Погорелова О.С., Постникова Т.Г., Лукьянченко О.А. Численные исследования динамических процессов в виброударных системах при моделировании удара силой контактного взаимодействия. *Проблемы прочности*. 2008. № 6. С. 82 – 90.
5. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. Пер. с англ. Москва: Стройиздат, 1965. 448 с.
6. Parker T. S., Chua L. O. Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems. Berlin etc., Springer-Verlag, 1989. 348 p.
7. Бондар Р. П. Динаміка двомасової вібраційної системи з приводом від магнітоелектричного лінійного двигуна. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2014. № 4 (87). С. 9 – 14.
8. Haiyan Hu. Controlling chaos of a dynamical system with discontinuous vector field. *Physica D-nonlinear Phenomena - PHYSICA D*. 1997. No 106 (1-2). Pp. 1 – 8. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-2789\(97\)00023-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-2789(97)00023-7).
9. Haiyan Hu. Controlling chaos of a periodically forced nonsmooth mechanical system. *Acta Mechanica Sinica*. 1995. No 11 (3). Pp. 251 – 258. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02487728>.
10. Ditto W.L., Rauseo S.N., & Spano M.L. Experimental control of chaos. *Physical Review Letters*. 1990. No 65 (26). Pp. 3211 – 3214. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.65.3211>.
11. Dongping J., & Haiyan H. Periodic vibro-impacts and their stability of a dual component system. *Acta Mechanica Sinica*. 1997. No 13 (4). Pp. 366 – 376. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/bf02487196>.
12. Kleczka M., Kreuzer E., & Schiehlen W. Local and Global Stability of a Piecewise Linear Oscillator. *Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering*. No. 338 (165), *Nonlinear Dynamics of Engineering Systems*. 1992. Pp. 533 – 546. DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.1992.0019>.
13. Chen J. H., Chau K. T., & Chan C. C. Analysis of chaos in current-mode-controlled DC drive systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2000. No 47 (1). Pp. 67 – 76. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/41.824127>.
14. Bazanella A. S., & Reginatto R. Robustness margins for indirect field-oriented control of induction motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2000. No 45 (6). Pp. 1226 – 1231.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/9.863613>.
15. Chen J. H., Chau K. T., Chan C. C., & Jiang Quan. Subharmonics and chaos in switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2002. No 17 (1). Pp. 73 – 78.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/60.986440>.
16. Gao Y., & Chau K. T. Design of permanent magnets to avoid chaos in PM synchronous machines. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2003. No 39(5). Pp. 2995 – 2997.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2003.816718>.
17. Gao Y., & Chau K. T. Design of permanent magnets to avoid chaos in doubly salient PM machines. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2004. No 40 (4). Pp. 3048 – 3050.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2004.830196>.

УДК 621.313.323

## ПЕРИОДИЧЕСКИЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ РАБОТЫ ЛИНЕЙНОГО МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДВИГАТЕЛЯ С ВИБРОУДАРНЫМ ТИПОМ НАГРУЗКИ

Р.П. Бондар<sup>1</sup>, канд. техн. наук, А.Д. Подольцев<sup>2</sup>, докт. техн. наук

<sup>1</sup> – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, пр. Воздухофлотский, 31, Киев, 03037, Украина, e-mail: [rpbondar@gmail.com](mailto:rpbondar@gmail.com)

<sup>2</sup> – Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина

Рассматривается линейный магнитоэлектрический двигатель вибрационного действия цилиндрической топологии как привод двухмассовой вибрационной системы. В качестве расчетных моделей используются соответствующие схемы замещения (электрическая и механическая) с сосредоточенными параметрами. Электрические параметры модели зависят от рабочей частоты. Также учитываются магнитные потери в сердечнике двигателя. Для моделирования силы удара принимается сила контактного взаимодействия, которая описывается формулой Герца. Выполнен расчет характеристик двухмассовой электромеханической системы в зависимости от режима виброударной нагрузки. Анализ периодических и хаотических режимов работы виброударной системы произведен с помощью дискретизации уравнений, представленных во временной области, согласно методу отображений Пуанкаре. Полученная диаграмма бифуркаций тока двигателя при изменении частоты возбуждения свидетельствует о наличии двух виброударных режимов для представленных параметров схем замещения. Показано, что конструктивные параметры двигателя имеют существенное влияние на динамическое поведение системы. Изменение массы якоря двигателя, а также значения предварительного зазора между ударником и демпфером может вызвать нарушение стабильности рабочего режима и появление неперiodических процессов со сложной динамикой. Проведен анализ влияния интенсивности поля возбуждения на режим работы двигателя. На основании нелинейных уравнений динамики системы, а также с помощью метода точечных отображений и диаграммы бифуркации показано влияние интенсивности поля постоянных магнитов на стабильность работы машины. Библ. 17, рис. 9, табл. 1.

**Ключевые слова:** виброударная нагрузка, двухмассовая виброударная система, линейный магнитоэлектрический двигатель, хаотический режим.

# PERIODIC AND CHAOTIC OPERATING MODES OF THE LINEAR PERMANENT MAGNET MOTOR WITH THE VIBRO-IMPACT LOAD

R.P. Bondar<sup>1</sup>, A.D. Podoltsev<sup>2</sup>

<sup>1</sup> – Kyiv National University of Construction and Architecture,  
pr. Povitroflotsky, 31, Kyiv, 03037, Ukraine, e-mail: [rbondar@gmail.com](mailto:rbondar@gmail.com)

<sup>2</sup> – Institute of Electrodynamics of National Academy of Sciences of Ukraine,  
pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

*The paper presents the two-mass vibration system with tubular linear permanent magnet vibratory motor. The model of the system is grounded on an equivalent circuit with the lumped parameters and takes account the dependence of electric parameters from an operating frequency. The model also considers magnetic losses in the motor core. We applied the Hertz's formula for modeling of an impact force. Furthermore, we calculated characteristics of the two-mass electromechanical system in dependence of the impact parameters and operating frequency. Based on the derived system dynamical equations, and the corresponding Poincare map, the analysis of periodic and chaotic operating modes of the two-mass vibro-impact system is made. The received bifurcations diagram of motor current, at change of driving frequency, shows the existence of two vibro-impact modes for the given parameters of equivalent circuit. Constructional parameters of the motor have essential influence on dynamic behavior of the system. Changes of motor's anchor mass, and also a value of a preliminary gap between the hammer and damper can cause instability of the operating mode and non-periodic processes with complicated dynamics. We did the analysis of influence of the field excitation intensity on the motor's operation mode. On the basis of nonlinear equations of system dynamics, and also by means of the Poincare map and bifurcation diagram, we have shown the influence of the permanent magnets field intensity on the machine operation stability. References 17, figures 9, table 1.*

**Keywords:** chaotic operating mode, linear permanent magnet motor, two-mass vibro-impact system, vibro-impact load.

1. Aidanpää J. O., & Gupta R. B. Periodic and Chaotic Behaviour of a Threshold-Limited Two-Degree-of-Freedom System. *Journal of Sound and Vibration*. 1993. No 165 (2). Pp. 305 – 327. DOI: <http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1993.1259>.
2. Guanwei Luo & Zhang Yanlong & Jianhua Xie & Jiangang Zhang. Vibro-impact dynamics near a strong resonance point. *Acta Mechanica Sinica/Lixue Xuebao*. 2007. No 23. Pp. 329 – 341. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10409-007-0072-7>.
3. Nguyen D. T., Noah S. T., & Kettleborough C. F. Impact behaviour of an oscillator with limiting stops, part I: A parametric study. *Journal of Sound and Vibration*. 1986. No 109 (2). Pp. 293 – 307. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/s0022-460x\(86\)80010-4](http://dx.doi.org/10.1016/s0022-460x(86)80010-4).
4. Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G., Lukyanchenko O.A. Numerical studies of dynamic processes in vibro-impact systems in the simulation of impact by force of contact interaction. *Strength problems* 2008. No 6. Pp. 82 – 90. (Rus)
5. Goldsmith W. Impact. Theory and physical properties of the colliding bodies. Per. from English Moscow: stroiizdat, 1965. 448 p. (Rus)
6. Parker T. S., Chua L. O. Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems. Berlin etc., Springer-Verlag, 1989. 348 p.
7. Bondar R. P. Dynamics of a two-mass vibration system driven by a magnetoelectric linear motor. *Bulletin of the Kremenchuk Mykhaylo Ostrogradsky National University*. 2014. No 4 (87). Pp. 9 – 14. (Ukr)
8. Haiyan Hu. Controlling chaos of a dynamical system with discontinuous vector field. *Physica D-nonlinear Phenomena - PHYSICA D*. 1997. No 106 (1-2). Pp. 1 – 8. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-2789\(97\)00023-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-2789(97)00023-7).
9. Haiyan Hu. Controlling chaos of a periodically forced nonsmooth mechanical system. *Acta Mechanica Sinica*. 1995. No 11 (3). Pp. 251 – 258. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02487728>.
10. Ditto W.L., Rauseo S.N., & Spano M.L. Experimental control of chaos. *Physical Review Letters*. 1990. No 65 (26). Pp. 3211 – 3214. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.65.3211>.
11. Dongping J., & Haiyan H. Periodic vibro-impacts and their stability of a dual component system. *Acta Mechanica Sinica*. 1997. No 13 (4). Pp. 366 – 376. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/bf02487196>.
12. Kleczka M., Kreuzer E., & Schiehlen W. Local and Global Stability of a Piecewise Linear Oscillator. *Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering*. No 338 (165), *Nonlinear Dynamics of Engineering Systems*. 1992. Pp. 533 – 546. DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.1992.0019>.
13. Chen J. H., Chau K. T., & Chan C. C. Analysis of chaos in current-mode-controlled DC drive systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2000. No 47 (1). Pp. 67 – 76. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/41.824127>.
14. Bazanella A. S., & Reginatto R. Robustness margins for indirect field-oriented control of induction motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2000. No 45 (6). Pp. 1226 – 1231. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/9.863613>.
15. Chen J. H., Chau K. T., Chan C. C., & Jiang Quan. Subharmonics and chaos in switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2002. No 17 (1). Pp. 73 – 78. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/60.986440>.
16. Gao Y., & Chau K. T. Design of permanent magnets to avoid chaos in PM synchronous machines. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2003. No 39(5). Pp. 2995 – 2997. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2003.816718>.
17. Gao Y., & Chau K. T. Design of permanent magnets to avoid chaos in doubly salient PM machines. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2004. No 40 (4). Pp. 3048 – 3050. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2004.830196>.

Надійшла 05.06.2019

Received 05.06.2019