

УДК 621.314.58

СТІЙКІСТЬ КЕРУВАННЯ ПЕРЕТВОРЮВАЧЕМ У РАЗІ ФОРМУВАННЯ СИНУСОЇДНОЇ ВИХІДНОЇ НАПРУГИ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ДЖЕРЕЛА ЖИВЛЕННЯ З НЕЛІНІЙНИМ ТРАНСФОРМАТОРОМ

Т.В. Мисак, канд. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна,
e-mail: tvn@igbt.com.ua

Об'єктом дослідження є джерело синусоїдної напруги, яке має в своєму складі сонячну батарею, перетворювач частоти з ШІМ та вихідним LC-фільтром, і нелінійний однофазний вихідний трансформатор з додатковим фільтром на виході, який підключено до однофазної неавтономної мережі споживача. Отримано математичний опис цього джерела як афінної нелінійної сингулярно-збуреної системи диференціальних рівнянь та виконано пониження порядку. Отримано умови стійкості інтегрального многовиду в системі з невідомим наперед керуванням в узагальненому вигляді. Нелінійну редуковану систему приведено до вигляду, який дає змогу застосувати стратегію керування за лінійним зворотним зв'язком. Використання градієнтного методу дало можливість отримати функцію Ляпунова у вигляді квадратичної форми, коефіцієнти якої є розв'язками лінійної системи алгебраїчних рівнянь. Виписано умову, за якої використання цих коефіцієнтів гарантує локальну асимптотичну стійкість системи. Наведено результати моделювання, проведеного з урахуванням обмежень, які впливають на технічну можливість реалізації отриманої стратегії керування. Бібл. 21, рис. 2.

Ключові слова: перетворювач частоти, нелінійність типу насичення, інтегральний многовид, сингулярно-збурена система, стійкість, функції Ляпунова.

Вступ. Альтернативне джерело живлення, яке вже традиційно називають просто „Сонячна батарея”, насправді є достатньо непростим об'єктом перетворювальної техніки. Найбільш прості з них, які в літературі йменуються Stand-alone PV Systems і розраховані на автономне забезпечення електроенергією приватних домогосподарств, мають у своєму складі сонячний генератор (СГ), що складається зазвичай з декількох панелей фотоелементів, побудованих з сонячних комірок, зібраних у модулі, накопичувач енергії з контролером заряду та напівпровідниковий перетворювач [1]. Більш складними є пристрої, розраховані на паралельну роботу з існуючими мережами живлення (Grid-connected PV Systems -GPVS). У GPVS сонячний генератор мусить мати гальванічну розв'язку з зовнішньою мережею, а напівпровідниковий перетворювач частоти (ПЧ) – задовольняти стандартним вимогам щодо електромагнітної сумісності з цією мережею [2]. Традиційно ізолюючий (розв'язуючий) трансформатор може бути як високочастотним (ВЧ), що потребує додаткового ВЧ перетворювача та випрямляча [3], так і низькочастотним (НЧ). Застосування НЧ трансформатора, який безпосередньо підключено до мережі споживача, дещо спрощує схемотехніку та зменшує кількість ступенів перетворення енергії [4]. Позаяк вихідна потужність СГ досить сильно залежить від умов навколишнього середовища, а саме рівня сонячного освітлення та зовнішньої температури, то для підтримання бажаного рівня напруги постійного струму на накопичувачі необхідним є застосування DC-DC перетворювача (ППС), який може одночасно виконувати функції контролю заряду та стабілізації цієї напруги [5, 6]. У такому випадку вихідний ШІМ-інвертор має виконувати задачу узгодження параметрів вихідної напруги GPVS з мережею споживача з урахуванням вимог до якості електроенергії, яка генерується [3, 7, 8].

Постановка задачі. Далі розглядатимемо один з розповсюджених варіантів GPVS, яка складається з СГ, ППС, накопичувача, мостового однофазного інвертора, LC-фільтра, вихідного трансформатора [9], доповненого LCL-фільтром, та навантаження. За загальноприйнятого припущення, що заступна схема мережі може бути представлена послідовно з'єднаними лінійним комплексним опором $Z_g=R_g+jL_g$ та джерелом ЕРС $E_2=E(t)$ (у загальному випадку – несинусоїдним), структурну схему можна представити у вигляді рис. 1.

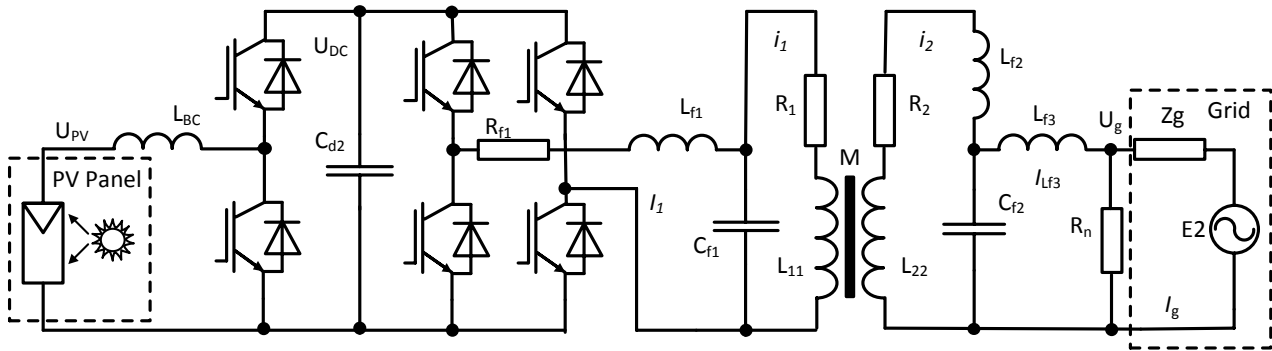


Рис.1

Прийнемо, що ППС виконує свою функцію належним чином так, що величину напруги на накопичувачі U_{dc} можна вважати константою для всього діапазону допустимих струмів навантаження. За умови ідеальності ключів інвертора частина схеми, яка відповідає за узгодження параметрів вихідної напруги GPVS з мережею споживача, може бути описана алгебраїчно-диференціальними рівняннями:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{Cf1} + i_1; \quad I_n = I_{Lf3} = -i_2 - I_{Cf2}; \quad (I_g - I_{Lf3})R_n = U_g; \quad L_{f1} \frac{dI_1}{dt} = U_{FC} - U_1 - R_{f1}I_1; \\ \frac{dU_1}{dt} &= C_{f1}^{-1}(I_1 - i_1); \quad \frac{dU_2}{dt} = C_{f2}^{-1}(I_{Lf3} - i_2); \quad U_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Psi}{dt}; \quad U_2 = R_2 i_2 + \frac{d\Psi}{dt} - L_{f2} \frac{di_2}{dt}; \\ L_{f3} \frac{dI_{Lf3}}{dt} &= -U_2 + U_g; \quad L_g \frac{dI_g}{dt} = -R_g I_g - U_g + E_2(t), \end{aligned} \quad (1)$$

де U_{FC} , U_g , $E_2(t)$ – миттєві значення напруг на виході ПЧ та мережі, ЕРС мережі; U_1 , U_2 – миттєві значення напруг на фільтрових конденсаторах; Ψ_1 , Ψ_2 , i_1 , i_2 – миттєві значення потокосцеплень та струмів обмоток трансформатора; I_1 , I_n , I_g – вихідний струм ПЧ, струми в навантаженні та мережі; R , L , C – активні опори, індуктивності та ємності відповідно до схеми рис. 1.

У чистому вигляді LCL -фільтри використовуються лише в безтрансформаторних схемах [9]. В інших випадках за побудови заступних схем трансформаторних GPVS у разі використання найпростішої заступної схеми трансформатора у вигляді комплексного опору $Z_k = R_k + jL_k$, роль L_{f2} відіграє індуктивність L_k трансформатора, тому вважатимемо надалі $L_{f2} = 0$.

Два рівняння відносно потокосцеплень Ψ з (1), які описують процес передачі енергії трансформатором, можуть враховувати ступінь насичення магнітопровода за кривою намагнічування [10]. Аналітична апроксимація кривої намагнічування трансформатора і перехід до магнітної проникності дає змогу вивести на цій основі з цих двох рівнянь диференціальні рівняння відносно незалежних струмів обмоток [11]:

$$U_1 = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}; \quad U_2 = R_2 i_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}, \quad (2)$$

де L_{11} , L_{22} , M в загальному випадку є нелінійними функціями, які залежать від i_1 , i_2 , геометричних параметрів обмоток та їх взаєморозташування на магнітному осерді.

Для того щоб отримати в аналітичному вигляді вирази для величин L_{11} , L_{22} , M , скористаємось одним із способів апроксимування, який запропоновано в [12]:

$$B = B_m \arctg(\alpha H) + \rho H, \quad (3)$$

де α , B_m , $\rho > 0$ – сталі, які можна визначити за трьома точками на кривій намагнічування; B – індукція; H – напруженість магнітного поля.

Вважаючи всі індуктивності нелінійними, матимемо можливість перейти до запису нелінійних величин L_{11} , L_{22} , M з урахуванням апроксимації (3) в такому вигляді:

$$L_{11} = L_{10} v(H); \quad L_{22} = L_{20} v(H); \quad M = M_0 v(H); \quad v(H) = V_m \left(\frac{dB}{dH} \right)^{-1} = V_m \left(\rho + \frac{B_m}{1 + \alpha^2 H^2} \right), \quad (4)$$

де L_{10} , L_{20} , M_0 – початкові значення індуктивностей та взаємоіндуктивності, які мали б місце

у разі відсутності насичення; V_m – масштабний коефіцієнт.

Виражаючи напруженість магнітного поля через струм намагнічування, будемо мати

$$L_{11} = L_{10}v(i_m), L_{22} = L_{20}v(i_m), M = M_0v(i_m), v(i_m)^{-1} = V_m \left(\rho + B_m \left(1 + \alpha^2 H_{am}^2 i_m^2 \right)^{-1} \right), \quad (5)$$

де $i_m = i_1 + i_2$ – струм намагнічування; H_{am} – стала, величина якої обумовлена геометричними параметрами обмоток та їх взаєморозташуванням на магнітному осердді.

Вважатимемо також, що R_n на рис. 1 є резистором підсистеми вимірювання, а напруга U_g використовується суто для підсистеми синхронізації з мережею [3], звідки можна припустити $R_n \gg R_g$ та $|I_n| < |i_m|$. Зважаючи на наведені вище перетворення та припущення, диференціальні рівняння (1) можна з урахуванням нелінійності потокозчеплення (5) звести до наступної системи диференціальних рівнянь (СДР):

$$\begin{aligned} L_{f1} \frac{dI_1}{dt} &= U_{FC} - U_1 - R_f I_1; \quad \frac{dU_1}{dt} = C_{f1}^{-1} (I_1 - i_1); \quad \frac{dU_2}{dt} = C_{f2}^{-1} (I_g - i_2); \\ \varepsilon \frac{di_1}{dt} &= v(i_m) (-R_1 L_{m2} i_1 + R_2 i_2 + L_{m2} U_1 - U_2); \quad \varepsilon \frac{di_2}{dt} = v(i_m) (R_1 i_1 - R_2 L_{m1} i_2 + L_{m1} U_2 - U_1); \\ (L_{f3} + L_g) \frac{dI_g}{dt} &= -R_g I_g - U_2 + E_2(t), \end{aligned} \quad (6)$$

де $L_{m1} = L_{10}/M_0$, $L_{m2} = L_{20}/M_0$, а $\varepsilon = (L_{10}L_{20}/M_0^2 - 1)M_0$ є достатньо малою величиною у порівнянні з іншими коефіцієнтами.

Отже, для стабільного функціонування GPVS, приєднаної до мережі споживача, необхідно вирішувати не тільки задачу формування власне ШІМ напруги U_2 в неавтономній системі живлення, а й забезпечити стійкість керування цією напругою в умовах різноманітних збурень як з боку мережі, так і параметричних.

Розв'язок задачі. Сигнал завдання вихідної напруги $U_{ref}(t)$ може формуватися кількома методами залежно від прийнятої загальної стратегії керування GPVS [9], тому далі розглядатимемо тільки контур стабілізації напруги U_2 .

В узагальненому вигляді рівнянням (6), які описують схему згідно з рис. 1, відповідає система $m+n$ ДР, яка може бути представлена у вигляді

$$\frac{dx}{dt} = f(x, z, u, t); \quad \varepsilon \frac{dz}{dt} = F(x, z, t), \quad (7)$$

де x – m -вимірний, z – n -вимірний вектор-стовпці змінних стану; f – m -вимірний, F – n -вимірний вектор-функції, неперервні за всіма своїми аргументами; ε – малий параметр, $\varepsilon > 0$; u – m -вимірний вектор керування.

Для сингулярно-збурених систем такого виду існує деяке співвідношення $z = W(x, t, \varepsilon)$, яке дає змогу замінити систему рівнянь (7) системою більш низького порядку, аналогічно тому, як це було зроблено в [13].

Пошук стабілізуючої модуляційної функції для нелінійної афінної сингулярно-збуреної динамічної системи високого порядку є досить складною задачею. Якщо привести СДР (6) до спеціального вигляду, то можна впевнитись, що для неї виконуються умови теореми існування [13], тобто система ДР (6) має інтегральний многовид. Наявність такого многовиду дає змогу перейти від (6) до редукованої СДР.

Для розв'язання технічних задач многовид мусить бути стійким, оскільки у протилежному випадку синтезоване для редукованої СДР керування u може призвести до відсутності стійкості системи повного порядку (6).

Припустимо, що для системи (7) виконуються такі умови:

1. $\forall x \in D_x$ та $t \in R$ де $D_x \in R^m$ система рівнянь

$$F(x, z, t) = 0 \quad (8)$$

має ізолюваний розв'язок $z = \varphi(x, t)$, причому функції $\varphi(x, t)$, $\partial\varphi/\partial t$, $\partial\varphi/\partial x$, $\partial^2\varphi/\partial x^2$, $\partial^2\varphi/\partial x \partial t$ рівномірно неперервні та обмежені.

2. В областях $G = \{x \in D_x, |z - \varphi(x, t)| \leq \rho, t \in R\}$ функції $f(x, z, t)$, $\partial f/\partial t$, $\partial f/\partial x$, $\partial f/\partial u$, $F(x, z, t)$,

$\partial^2 F / \partial x^2, \partial^2 F / \partial z^2$ рівномірно неперервні та обмежені.

3. Характеристичне рівняння $|U(x, t) - \lambda E| = |F_z(x, \phi(x, t), t) - \lambda E| = 0$ має характеристичні корені $\lambda_j(x, t)$, які задовольняють умові $\operatorname{Re} \{\lambda_j(x, t)\} \leq 2\gamma < 0, \forall x \in D_x$ та $t \in R$, тоді $\exists \varepsilon_0 > 0$ таке, що $\forall \varepsilon < \varepsilon_0$ система (7) має єдиний m -параметричний інтегральний многовид

$$S_t : \{z = \phi(x, t) + \psi(x, t, \varepsilon)\}, \quad (9)$$

де $\psi(x, t, \varepsilon)$ визначені $\forall x \in D, t \in R, \forall \varepsilon < \varepsilon_0$, рівномірно неперервні за всіма своїми аргументами та задовольняють умові $|\psi(x, t, \varepsilon)| \leq \rho(\varepsilon)$, а для будь-якої пари x', x'' має місце $|\psi(x', t, \varepsilon) - \psi(x'', t, \varepsilon)| \leq l(\varepsilon) |x' - x''|$, де $\rho(\varepsilon) \rightarrow 0, l(\varepsilon) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

При виконанні наведених вище умов 1–3 можна стверджувати, що для виразу (7) існує m -параметричний інтегральний многовид (9) [13]. Позначимо розв'язки через

$$x_t = x(t, \varepsilon), z_t = z(t, \varepsilon). \quad (10)$$

Розв'язки системи (7) задовольняють початковим умовам $x(t_0, \varepsilon) = x_0, z(t_0, \varepsilon) = z_0$ таким чином, що множина $\{x_0, z_0\}$ не належить S_t .

Покажемо, що якщо в початковий момент $t = t_0$ розв'язок з (8) розташований достатньо близько до многовиду S_t , то у разі $t \rightarrow \infty$ цей розв'язок асимптотично прямує до деякої траєкторії, яка лежить на многовиді S_t . У цьому сенсі можна казати про стійкість інтегрального многовиду „повільного” руху [14].

Теорема стійкості. Нехай для системи (7) виконуються умови існування інтегрального многовиду S_t . Тоді існує таке $\sigma > 0$, яке у разі $|y_0| < \sigma$ забезпечує інтегральному многовиду S_t системи (7) асимптотичну стійкість.

Доведення. Приведемо систему (7) до спеціального вигляду, для чого виконаємо заміну змінних таким чином:

$$z = \phi(x, t) + y. \quad (11)$$

Завдяки цій заміні замість (7) розглянемо систему рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = \Pi(x, y, u, t), \varepsilon \frac{dy}{dt} = \Theta(x, t)y + P(x, y, u, t, \varepsilon), \quad (12)$$

яка еквівалентна системі (7) з початковими умовами

$$x(t_0) = x_0, y(t_0) = z(t_0) - \phi(x_0, t_0) = y_0. \quad (13)$$

Позначимо розв'язок системи (12), який задовольняє початковим умовам (16) через x_t, y_t .

Покажемо, що з нерівності $2K|y_0| < y^* < \rho$ випливає $|y_t| < y^*, \forall t \geq t_0$, де y^* – достатньо мале додатнє число.

Беручи до уваги, що x_t, y_t є розв'язками системи (12), запишемо тотожність

$$y_t = V(t, t_0, \varepsilon)y_0 + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t V(t, s, \varepsilon) P[x_s, y_s, u, s, \varepsilon] ds, \quad (14)$$

яка дає змогу отримати для y_t оцінку вигляду

$$\begin{aligned} |y_t| &= |V(t, t_0, \varepsilon)y_0| + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t |V(t, s, \varepsilon)| |P[x_s, y_s, u, s, \varepsilon]| ds \leq \\ &\leq \frac{1}{2} y^* \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon}(t - t_0)\right) + (M\rho_0^2(\varepsilon) + \varepsilon N) \frac{K}{\gamma} \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon}t\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon}(t - t_0)\right)\right], \end{aligned} \quad (15)$$

яка справедлива для всіх ε ($0 < \varepsilon < \varepsilon^*$).

Виберемо таке $\varepsilon_1 > 0$, вважаючи, що для всіх ε ($0 < \varepsilon < \varepsilon_1 < \varepsilon^*$) виконується нерівність

$$\frac{2K}{\gamma} (M\rho_0^2(\varepsilon) + \varepsilon N) < y^*, \quad (16)$$

що є можливим за умови $\rho_0(\varepsilon) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

У такому випадку з (15) одержимо

$$|y_t| \leq \frac{1}{2} y^* \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon}(t-t_0)\right) + (M\rho_0^2(\varepsilon) + \varepsilon N) \frac{K}{\gamma} \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon}(t-t_0)\right)\right] \leq y^* \text{ для } \forall t > t_0.$$

Запишемо тотожності, отримані шляхом підстановки розв'язків x_t, y_t у друге рівняння системи (12):

$$\varepsilon \frac{dy_t}{dt} = \Theta(x_t, t)y_t + P(x_t, y_t, u, t, \varepsilon), \quad (17)$$

або

$$\varepsilon \frac{d\psi(x_t, t, \varepsilon)}{dt} = \Theta(x_t, t)\psi(x_t, t, \varepsilon) + P(x_t, \psi(x_t, t, \varepsilon), u, t, \varepsilon). \quad (18)$$

Віднімемо (16) від рівняння (17), що дасть

$$\varepsilon \frac{d}{dt}(y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon)) = \Theta(x_t, t)(y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon))\psi(x_t, t, \varepsilon) + P(x_t, y_t, u, t, \varepsilon) - P(x_t, \psi(x_t, t, \varepsilon), u, t, \varepsilon).$$

Перепишемо отриману тотожність, перенісши малий параметр у праву частину, в інтегральній формі:

$$y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon) = V(t, t_0, \varepsilon)[y_0 - \psi(x_0, t, \varepsilon)] + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t V(t, s, \varepsilon)[P(x_s, y_s, u, s, \varepsilon) - P(x_s, \psi(x_s, t, \varepsilon), u, s, \varepsilon)] ds. \quad (19)$$

На підставі теореми про інтегральну нерівність [2] після скорочення можемо отримати таку оцінку:

$$|y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon)| \leq K \exp(\lambda) |y_0 - \psi(x_0, t, \varepsilon)| + \frac{K}{\varepsilon} (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \int_{t_0}^t \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon}(t-s)\right) [|y_s - \psi(x_s, s, \varepsilon)|] ds, \quad (20)$$

ввівши позначення $\lambda = -\gamma(t-t_0)/\varepsilon$. Нерівність (20) справедлива для $s \geq t_0$, отже, є справедливою також у точці $t=t_0$. Тому під знаком інтеграла замінимо s на t_0 :

$$|y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon)| \leq K \exp(\lambda) |y_0 - \psi(x_0, t_0, \varepsilon)| + \frac{K}{\varepsilon} (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \int_{t_0}^t \exp(\lambda) [|y_s - \psi(x_s, s, \varepsilon)|] ds.$$

Позначимо $\eta(t) = [y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon)]K$ і перепишемо нерівність

$$\eta(t) \leq K \exp(\lambda) |y_0 - \psi(x_0, t_0, \varepsilon)| + \frac{K}{\varepsilon} (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \int_0^t \exp(\lambda) \eta(s) ds.$$

Врахувавши, що $\eta(t_0) = K[y_0 - \psi(x_0, t_0, \varepsilon)]$, одержимо

$$\eta(t) \leq \exp(\lambda) \eta(t_0) + \frac{K}{\varepsilon} (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \int_{t_0}^t \exp(\lambda) \eta(s) ds;$$

$$\exp\left(\frac{\gamma}{\varepsilon} t\right) \eta(t) \leq \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon} t_0\right) \eta(t_0) + \frac{K}{\varepsilon} (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \int_{t_0}^t \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon} t_0\right) \eta(s) ds.$$

Внісши під інтеграл вираз $\exp(\gamma/\varepsilon) \exp(-\gamma/\varepsilon) = 1$, отримаємо

$$\exp\left(\frac{\gamma}{\varepsilon} t\right) \eta(t) \leq \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon} t_0\right) \eta(t_0) + \frac{K}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon} t_0\right) \exp\left(\frac{\gamma}{\varepsilon} t\right) \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon} t\right) \eta(s) ds.$$

Позначивши $\nu(t) = \exp(\gamma/\varepsilon) \eta(t)$, перепишемо цю нерівність у вигляді

$$\nu(t) \leq \nu(t_0) + \frac{K}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \exp(\lambda) \nu(s) ds. \quad (21)$$

Застосувавши лему Гронуола-Белмана [4] для нерівності (21), можемо записати оцінку

$$\nu(t) \leq \nu(t_0) \exp\left[\int_{t_0}^t \frac{K}{\varepsilon} (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C) \exp\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon}(s-t_0)\right) ds\right] = \nu(t_0) \exp\left(\frac{K}{\varepsilon} (B\rho_0(\varepsilon) + \varepsilon C)\right) \left(-\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) [\exp(\lambda) - 1].$$

Повернувшись до $\eta(t)$, запишемо

$$\begin{aligned} \exp\left(\frac{\gamma}{\varepsilon}t\right)\eta(t) &\leq \exp\left(\frac{\gamma}{\varepsilon}t_0\right)\eta(t_0)\exp\left(-\frac{K}{\gamma}(B\rho_0(\varepsilon)+\varepsilon C)\right)[\exp(\lambda)-1] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \eta(t) \leq \eta(t_0)\exp\left(\lambda - \frac{K}{\gamma}(B\rho_0(\varepsilon)+\varepsilon C)\right)[\exp(\lambda)-1]. \end{aligned}$$

Розклавши функцію $\exp(-\gamma/\varepsilon(t-t_0))$ у ступеневий ряд, запишемо попередню нерівність

$$\eta(t) \leq \eta(t_0)\exp\left(\lambda - \frac{K}{\gamma}(B\rho_0(\varepsilon)+\varepsilon C)\right)\left[1 - (\lambda) + \frac{1}{2!}(\lambda)^2 + \dots - 1\right].$$

Знехтувавши членами ряду вищих порядків, починаючи з 2, можемо записати

$$\eta(t) \leq \eta(t_0)\exp\left(\lambda + \frac{K}{\varepsilon}(B\rho_0(\varepsilon)+\varepsilon C)(t-t_0)\right) = \eta(t_0)\exp\left[\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{K}{\varepsilon}(B\rho_0(\varepsilon)+\varepsilon C)\right)(t-t_0)\right].$$

Вибираючи таке $\varepsilon_2 > 0$, що $K(B\rho_0 + \varepsilon C) = \gamma/2$, отримуємо

$$\eta(t) \leq \eta(t_0)\exp\left[\left(-\frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{\gamma}{2\varepsilon}\right)(t-t_0)\right] = \eta(t_0)\exp[\lambda/2].$$

Повертаючись до виконаної раніше заміни змінних, одержуємо нерівність (лема Гронуола-Белмана)

$$|y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon)| \leq K|y_0 - \psi(x_0, t_0, \varepsilon)|\exp(\lambda/2), \quad (22)$$

яка доводить теорему.

Оскільки $z_t = \varphi(x_t, t) + y_t$, $z_0 = \varphi(x_0, t_0) + y_0$, а

$$z(x_t, t, \varepsilon) = \varphi(x_t, t, \varepsilon) + \psi(x_t, t, \varepsilon), \quad z(x_0, t_0, \varepsilon) = \varphi(x_0, t_0, \varepsilon) + \psi(x_0, t_0, \varepsilon),$$

одержимо

$$\begin{aligned} z_t - z(x_t, t, \varepsilon) &= \varphi(x_t, t) + y_t - \varphi(x_t, t) - \psi(x_t, t, \varepsilon) = y_t - \psi(x_t, t, \varepsilon), \\ z_0 - z(x_0, t_0, \varepsilon) &= \varphi(x_0, t_0) + y_0 - \varphi(x_0, t_0) - \psi(x_0, t_0, \varepsilon) = y_0 - \psi(x_0, t_0, \varepsilon). \end{aligned}$$

Після цього нерівність (22) можна переписати:

$$|z_t - z(x_t, t, \varepsilon)| \leq K|z_0 - z(x_0, t_0, \varepsilon)|\exp(\lambda/2).$$

Якщо покласти z_0 достатньо малим, таким, що при $t \rightarrow +\infty$ $|z_t - z(x_t, t, \varepsilon)| \rightarrow 0$, тобто $|z_t - (\varphi(x_t, t) + \psi(x_t, t, \varepsilon))| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$, матимемо $z_t \rightarrow \varphi(x_t, t) + \psi(x_t, t, \varepsilon)$, а саме z_t асимптотично прямує до інтегрального многовиду системи (7).

Питання стійкості многовиду під час рішення задач електротехніки можна окремо не розглядати лише у випадку відсутності в системі некерованого джерела енергії, тобто якщо система відповідає умовам теореми 12 „Local asymptotic stability criteria” [17].

Загальні методи пошуку многовиду в аналітичному вигляді, на жаль, невідомі, проте для системи (6) можна одержати його наближене значення [14] з потрібним ступенем точності у вигляді ряду за ступенями ε , який збігається. Для спрощення алгебраїчних перетворень введемо нові безрозмірні змінні:

$$x_1 = I_1 R_{f1} U_{dm}^{-1}; \quad x_2 = U_1 U_{dm}^{-1}; \quad x_3 = U_2 E_{2m}^{-1}; \quad x_4 = I_g R_g E_{2m}^{-1}; \quad y_1 = i_1 R_1 U_{dm}^{-1}; \quad y_2 = i_2 R_2 E_{2m}^{-1}; \quad u = U_{FC} U_{dm}^{-1}. \quad (23)$$

Якщо зважити на те, що опори R_1, R_2 відомі, а максимальну величину амплітуди напруги мережі можна оцінити, то виберемо масштабуючий параметр U_{dm} таким, щоб виконувалась рівність $U_{dm}/R_1 = E_{2m}/R_2$. Тоді СДР (6) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + Bu; \quad \frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}y_1; \quad v(y) = V_m (\alpha_1 + y_{12}^2)(\alpha_2 + \rho y_{12}^2)^{-1}; \\ \frac{dx_3}{dt} &= a_{31}y_2 + a_{32}x_4; \quad \frac{dx_4}{dt} = a_{41}x_4 + a_{42}x_3 + a_{44}E_2(t); \\ \varepsilon \frac{dy_1}{dt} &= v(y)(a_{51}y_1 + a_{52}y_2 + a_{53}x_2 + a_{54}x_3); \quad \varepsilon \frac{dy_2}{dt} = v(y)(a_{61}y_1 + a_{62}y_2 + a_{63}x_2 + a_{64}x_3), \end{aligned} \quad (24)$$

де

$$\begin{aligned}
a_{11} &= -R_{f1} L_{f1}^{-1}, \quad a_{12} = a_{11}, \quad a_{21} = R_{f1}^{-1} C_{f1}^{-1}, \quad a_{22} = -R_1^{-1} C_{f1}^{-1}, \quad a_{31} = -C_{f2}^{-1} R_2^{-1}, \quad a_{32} = -a_{31}, \\
a_{41} &= -R_g (L_{f3} + L_g)^{-1}, \quad a_{42} = a_{41}, \quad a_{44} = -R_g E_{2m}^{-1}, \quad a_{51} = -R_1 L_{20} M_0^{-1}, \quad a_{52} = R_2, \quad a_{53} = -a_{51}, \\
a_{54} &= -R_2, \quad a_{61} = R_1, \quad a_{62} = -R_2 L_{10} M_0^{-1}, \quad a_{63} = -R_1, \quad a_{64} = -a_{62}, \quad \alpha_0 = \alpha^2 H_{am}^2, \quad B_{mp} = B_m + \rho, \\
\alpha_1 &= R_1^2 (\alpha_0 U_{dm}^2)^{-1}, \quad \alpha_2 = B_{mp} R_2^2 (\alpha_0 E_{dm}^2)^{-1}, \quad B = R_{f1} L_{f1}^{-1}, \quad y_{12} = y_1 + y_2.
\end{aligned}$$

Щоб упевнитись, що для ДР (24) виконуються умови теореми існування [13], приведемо (24) до спеціального вигляду. Для цього перепишемо рівняння з малим параметром ε (24) так:

$$\varepsilon \frac{dy_1}{dt} = A_1(x, y) + v(y_1, y_2) A_1(x, y); \quad \varepsilon \frac{dy_2}{dt} = A_2(x, y) + v(y_1, y_2) A_2(x, y);$$

$$v(y_1, y_2) = (\alpha_1 - \alpha_2 + (1 - \rho) y_{12}^2) (\alpha_2 + \rho y_{12}^2)^{-1};$$

$$A_1(x, y) = V_m (a_{51} y_1 + a_{52} y_2 + a_{53} x_2 + a_{54} x_3); \quad A_2(x, y) = V_m (a_{61} y_1 + a_{62} y_2 + a_{63} x_2 + a_{64} x_3),$$

що дасть можливість застосувати перетворення дробово-раціональної функції нелінійності $v(y)$ в деякій обмеженій області $D_{x,y}$ у степеневий ряд. Врахувавши, що $\alpha_1/\alpha_2 = 1/(B_m + \rho)$, та відкинувши члени ряду порядків 4 і вище, матимемо

$$\varepsilon \frac{dy_1}{dt} = A_1(x, y) + \alpha_2^{-1} (1 - \rho B_{mp}^{-1}) y_{12}^2 A_1(x, y); \quad \varepsilon \frac{dy_2}{dt} = A_2(x, y) + \alpha_2^{-1} (1 - \rho B_{mp}^{-1}) y_{12}^2 A_2(x, y). \quad (25)$$

Прирівнявши ε до нуля та розв'язавши рівняння (25) відносно змінних y , можна отримати нульове наближення інтегрального многовиду: $\varphi_0 = [y_1, y_2]^T = [x_2, x_3]^T$. За його допомогою перше наближення $\varphi_1(y_1, y_2)$ можна визначити за допомогою методу, викладеного в [14]:

$$\varphi_1(y_1, y_2) = -B^{-1}(x, t) G(x, t), \quad (26)$$

де $G(x, t) = Li_\varphi(f(x, t))$ – похідна Лі від вектор-функції $f(x, t)$ за компонентами φ_0 ;

$$f(x, t) = \frac{d}{dt} [x_1, x_2, x_3, x_4]^T, \quad B(x, t) \Big|_{\varphi_0} = \left| \frac{\partial g_i}{\partial y_k} \right|_{i,k=1,2},$$

$$g_i(x, y) = V_m \alpha_2^{-1} (1 - \rho B_{mp}^{-1}) (y_1 + y_2)^2 \begin{vmatrix} A_1(x, y) \\ A_2(x, y) \end{vmatrix}$$

Оскільки ε є достатньо малою величиною у порівнянні з іншими коефіцієнтами СДР (25), можна знехтувати степенями 2 і вище многовиду, який є рядом, що збігається, за степенями ε , та, обмежившись першим наближенням (26), записати

$$\varphi(y_1, y_2) = \varphi_0(y_1, y_2) + \varepsilon \varphi_1(y_1, y_2) = \varphi_0 - \beta_0 \left(2 - \frac{1 + \beta(x_2 + x_3)^2}{\beta} \right) \left[\sum_{i=1}^4 b_{1i} x_i, \sum_{j=1}^4 b_{2j} x_j \right]^T, \quad (27)$$

де $b_{11} = a_{21} a_{62}; b_{12} = a_{22} a_{62}; b_{13} = -a_{31} a_{61}; b_{14} = -a_{32} a_{61}; b_{21} = -a_{21} a_{52};$

$$b_{22} = -a_{22} a_{52}; b_{23} = a_{31} a_{51}; b_{24} = a_{32} a_{51}; \beta = \alpha_2^{-1} (1 - \rho B_{mp}^{-1}); \beta_0 = M_0 (V_m \beta R_1 R_2)^{-1}.$$

Після чого, підставивши (27) у (24), маємо формальне право відкинути два рівняння з малим параметром при похідних, у результаті чого отримуємо нелінійну афінну систему ДР зниженого порядку:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + B u; \quad \frac{dx_2}{dt} = \sum_{k=1}^4 d_{2k} x_k + a_{22} \varsigma_1(x_1, \dots, x_4); \\
\frac{dx_3}{dt} &= \sum_{k=1}^4 d_{3k} x_k + a_{31} \varsigma_2(x_1, \dots, x_4); \quad \frac{dx_4}{dt} = a_{41} x_4 + a_{42} x_3 + a_{44} E_2(t),
\end{aligned} \quad (28)$$

де $a_0 = \beta_0 (2 - \beta^{-1})^2; d_{21} = a_{21} - a_0 b_{11}; d_{22} = a_{22} - a_0 b_{12}; d_{23} = -a_0 b_{13}; d_{24} = -a_0 b_{14};$
 $d_{31} = -a_0 b_{21}; d_{32} = -a_0 b_{22}; d_{33} = a_{31} - a_0 b_{23}; d_{34} = a_{32} - a_0 b_{24};$

$$\left| \zeta_1(x_1, \dots, x_4), \zeta_2(x_1, \dots, x_4) \right|^T = -\beta_0(x_2 + x_3)^2 \left| \sum_{i=1}^4 b_{1i}x_i, \sum_{j=1}^4 b_{2j}x_j \right|^T.$$

Системи ДР, подібні до (6) та (28), не є дифеоморфними, проте можуть бути локально еквівалентними та ізоморфними за керуванням [18]. Еквівалентність систем (6) та (28) в області D_x дає змогу проводити синтез керування u не для повновимірної системи (6), а для редукованої (28). За умови рівномірності розкладення нелінійності в степеневий ряд у деякій обмеженій області D_x можливо перейти до синтезу керування за допомогою методу функцій Ляпунова [19]. Згідно з методом градієнта [20] виберемо таку вектор-функцію $g(x)$, $x: \{x_1, \dots, x_4\}$, яка є градієнтом скалярної функції $V(x)$, таким чином, щоб якобіан $[\partial g(x)/\partial x]$ був симетричним, а її $(g(x))$ елементи залишались лінійними комбінаціями змінних x з

невідомими коефіцієнтами c_{ij} : $g(x) = \left| \sum_{j=1}^4 c_{1j}x_j, \sum_{j=1}^4 c_{2j}x_j, \sum_{j=1}^4 c_{3j}x_j, \sum_{j=1}^4 c_{4j}x_j \right|^T$. У такому випадку,

якщо вдасться підібрати коефіцієнти c_{ij} вектор-функції $g(x)$ та модулюючу функцію u так, що

$$\dot{V}(x) = g(x)h(x, u, t) < 0, x \in D_x, x \neq 0, \quad (29)$$

а вектор-функцію $h(x, u, t)$ записати на підставі системи (28), додатньо-визначену скалярну функцію $V(x)$ можна знайти за допомогою інтегрування за параметром [20].

Виберемо модулюючу функцію u у формі лінійної комбінації змінних з (28), з урахуванням чого вираз (29) перепишемо у вигляді

$$\dot{V}(x, t) = \sum_{i,j=1}^4 c_{ij}x_i x_j + Bu \sum_{k=1}^4 c_{1k}x_k + a_{22}\zeta_1(x) \sum_{k=1}^4 c_{2k}x_k + a_{31}\zeta_2(x) \sum_{k=1}^4 c_{3k}x_k < 0. \quad (30)$$

Виходячи з симетричності якобіану, зменшимо кількість невідомих коефіцієнтів:

$$c_{12} = c_{21} = M_2; c_{13} = c_{31} = M_3; c_{14} = c_{41} = M_4; c_{23} = c_{32} = M_5; c_{24} = c_{42} = M_6; c_{34} = c_{43} = M_7.$$

Для визначення невідомих $K_1, \dots, K_4$ потрібно розв'язати відносно них нелінійну систему алгебраїчних рівнянь шостого порядку, яка утворюється шляхом прирівнювання до нуля коефіцієнтів у (30) за всіх добутоків виду $x_j x_k$, $j \neq k$ та за умови, що при $x_j x_k$, $j=k$, коефіцієнти є від'ємними (або меншими наперед заданої константи $\tau < 0$, якщо ввести умову обмеження на поверхні рівня виду $\max_{V=V_0} (dV/dt \cdot V^{-1}) = 2\tau$).

Функція двох змінних $v(x_2, x_3) > 0$ є обмеженою для будь-яких значень x_2, x_3 в області D_x , тому набуває в цій області свого найменшого та найбільшого значень, які позначимо $v_{\min}(x)$ та $v_{\max}(x)$. Обмеженість добутоків $a_{22}\zeta_1(x)$ та $a_{31}\zeta_2(x)$ в (30) дає можливість замінити $v(x_2, x_3)$ на $v_{\max}(x)$, як було запропоновано в [21], та від нелінійної системи алгебраїчних рівнянь перейти до лінійної. Оскільки розмірність вектора невідомих $K = [K_1, K_2, K_3, K_4]^T$ є меншою за розмірність алгебраїчної системи, утвореної з (30), доповнимо його штучно двома змінними так, щоб $\text{rank } K = 6$. Виходячи зі структури (30), як додаткові невідомі доцільно використати такі коефіцієнти M функції $V(x)$, які дадуть можливість уникнути появи добутоків виду $K_i M_j$. Ними можуть бути, наприклад, M_6 та M_7 . Ізоморфність за керуванням дає змогу повернутись до СДР (6), отримавши для неї модуляційну функцію u в просторі станів, виконавши зворотну підстановку (23).

Для цифрового моделювання використовувались такі параметри неавтономної системи живлення:

- напруга U_d сонячної батареї на вході однофазного інвертора стандартна 600 В;
- напруга $E_2 = 220$ В (RMS) з частотою $f_2 = 50$ Гц;
- перший фільтр з дроселем індуктивністю $L_f = 1,2$ мГн, активним опором $R_f = 0,08$ Ом та ємністю $C_{f1} = 48,0$ мкФ, другий з $L_{f2} = 0$, $L_{f3} = 47,5$ мкГн, $C_{f2} = 96$ мкФ;
- однофазний трансформатор (осердя – сталь 3408, $\alpha = 0,05704$, $B_m = 1,2317$ Тл, $\rho = 9,014e-5$) типу ОСВМ 4,0-0,05 з $L_k \approx 67,5$ мкГн, $R_{l,2} \approx 0,132$ Ом;
- параметри номінального RC-навантаження – $R^* = 14,16$ Ом, $C^* = 0,24$ мкФ;
- параметри мережі $\cos \phi_g = 0,92$, $I_{k,3} = 390$ А.

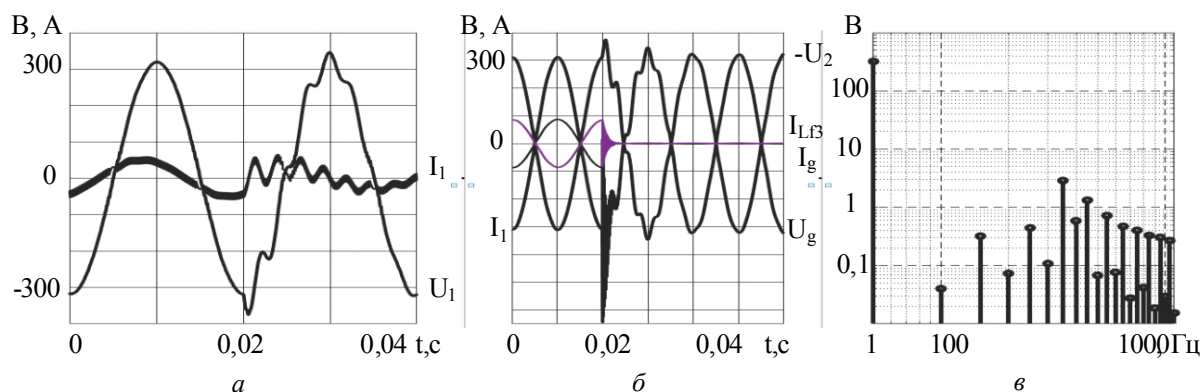


Рис. 2

На рис. 2 наведено результати, отримані завдяки цифровому експерименту зі стабілізації вихідної напруги для випадку зміни навантаження від номінальної величини до мінімального його значення. На діаграмах рис. 2 а, б перший відрізок часу відповідає роботі системи у разі номінального, а другий – у разі мінімального струму навантаження (позначення часу 0,02 с, стрибок навантаження $R_{\text{ном}} \rightarrow R_{\text{мін}}$ за 1,9 мкс). Модуляційну функцію ПЧ реалізовано шляхом ШІМ методом інтегральної оцінки похибки вихідної напруги з мінімізацією кількості комутацій. Середня за період частота комутацій відповідала ефективному робочому діапазону транзисторів IGBT Trench4 та становила 18,8 кГц.

Моделювання показало, що хоча відхилення напруги U_2 (рис. 2 б) на виході системи у разі стрибка навантаження і має місце, проте максимальна амплітуда цього відхилення не перевищує +15 % (у точці підключення навантаження напруга U_g вдвічі більша). У режимі мінімальної дисипації відбувається незначне погіршення спектрального складу вихідної напруги (рис. 2 в) у порівнянні з режимом номінального навантаження за рахунок збільшення амплітуд канонічних гармонік, яке проте не перевищує допустимих значень [8]. Моделювання показало, що близькі показники з точки зору якості керування вихідною напругою можуть бути забезпечені різними наборами коефіцієнтів c_{ii} та M_{i+1} , $i=1,4$. Тому перевагу слід надавати таким наборам коефіцієнтів, які забезпечать стійкість за девіації електричних параметрів системи, насамперед, коливання величин ємностей фільтрів, оскільки для більшості фільтрових конденсаторів допустимим є відхилення $\pm 10\%$ від номіналу.

Висновки. Показано можливість формування вихідної напруги спеціального джерела живлення з нелінійним вихідним трансформатором згідно з вимогами НКРЕП [8] шляхом побудови модулюючої функції для системи пониженого порядку на основі розробленої математичної моделі афінної сингулярно-збуреної нелінійної системи повного порядку. Визначено умови стійкості інтегрального многовиду нелінійної сингулярно-збуреної СДР у загальному вигляді, який дає змогу коректно провести зниження її порядку. Запропоновано модулюючу функцію у вигляді лінійної комбінації змінних системи зниженого порядку та встановлено однозначну відповідність її коефіцієнтів коефіцієнтам функції Ляпунова, отриманої за допомогою градієнтного методу для цієї СДР. За допомогою цифрового моделювання продемонстровано можливість забезпечення зменшення впливу стрибків навантаження на форму вихідної напруги з урахуванням загальноприйнятих обмежень, характерних для реальних навантажень.

1. Häberlin Heinrich. Photovoltaics System Design And Practice. John Wiley & Sons Ltd, 2012. 732 p.
2. Nayar C. V., Islam S. M., Dehbonei H., Tan K., Sharma H. Power Electronics for Renewable Energy Sources. Power Electronics Handbook Devices, Circuits, And Applications. Third Edition. Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, 2011. Pp. 723–764.
3. Teodorescu R., Liserre M., Rodriguez P. Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons Ltd, 2011. 407 p.
4. Sundaram Sivasankari, Sheeba K. N., Jakka Sarat Chandra Babu. Grid Connected Photovoltaic Systems: Challenges and Control Solutions. A Potential Review. International Journal of Electronics and Electrical Engineering. Vol. 4, No. 6, December 2016. Pp. 463–473. DOI: 10.18178/ijeee.4.6.
5. Bourguiba Ines, Houari Azeddine, Belloumi Hamed, Kourda Ferid. Control of Single-Phase Grid Connected Photovoltaic Inverter. Proceedings of 2016 4th International Conference on Control Engineering & Information

- Technology (CEIT-2016) Tunisia, Hammamet. December 16-18, 2016. Pp. 1–6.
6. Jianwei Zhang, David G. Dorrell Li Li, Ahmadreza Argha. A Novel Sliding Mode Controller for DC-DC Boost Converters under Input/Load Variations. *Proc. of IECON2015*, Yokohama, November 9-12, 2015. Pp. 1698–1703.
 7. Михальський В.М. Засоби підвищення якості електроенергії на вході та виході перетворювачів частоти та напруги з широтно-імпульсною модуляцією. Київ, Інститут електродинаміки НАН України, 2013. 340 с.
 8. Якість електричної енергії. НКРЕКП, Офіційний веб-сайт URL: <http://www.nerc.gov.ua/?id=19529>.
 9. Yang Y., Blaabjerg F. Overview of Single-Phase Grid-Connected Photovoltaic Systems. *Electric Power Components and Systems*. 2015. Pp.1–10. DOI: 10.1080/15325008.2015.1031296.
 10. Ганус О.І., Старков К.О. Дослідження моделі нелінійної індуктивності трансформатора напруги як чинника, що впливає на виникнення ферорезонансних процесів. *Вісник ХНТУСГ Технічні науки*. 2014. Вип. 153. С. 11–14.
 11. Пономарев К.К. Составление и решение дифференциальных уравнений инженерно-технических задач. Москва: Учпедгиз, 1962. 184 с.
 12. Матюк В.Ф., Осипов А.А. Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. Часть I. Анализ моделей. *Неразрушающий контроль и диагностика*. 2011. № 2. С. 1–33.
 13. Мисак Т.В. Побудова контуру модуляції вихідної напруги джерела живлення з нелінійним вихідним трансформатором за допомогою математичної моделі пониженого порядку. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. 2017. № 47. С. 57–67.
 14. Shchepakina E., Sobolev V., Michael P. Mortell. Singular Perturbations. Introduction to System Order Reduction. Methods with Appl. *Springer International Publishing Switzerland*. 2014. 211 p. DOI: 10.1007/978-3-319-09570-7.
 15. Алексеев В.М. Теорема об интегральном неравенстве и некоторые ее приложения. 1965. Т. 68(110). № 2. С. 251–273.
 16. Денисов А.М., Разгулин А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Часть 1. Москва: МГУ, 2009. 122 с.
 17. Leon O. Chua, Dynamic Nonlinear Networks: State-of-the-Art. *IEEE Transactions On Circuits And Systems*. Vol. Cas-27, No. 11, November 1980. Pp. 1059–1087.
 18. Ёлкин В.И. Редукция нелинейных управляемых систем. Дифференциально-геометрический подход. Москва: Наука, 1997. 317 с.
 19. Мисак Т.В. Синтез контуру керування вихідною напругою нелінійного твердотілого трансформатора. *Електроніка та зв'язок*. Том 22, № 3 (2017). С. 27–33. DOI: <https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.3.102267> URL <http://elc.kpi.ua/old/article/view/102267>
 20. Wassim M. Haddad, VijaySekhar Chellaboina. Nonlinear Dynamical Systems and Control. A Lyapunov-Based Approach. Princeton University Press, 2008. 974 p.
 21. Rafikov M., José M. Balthazar, Ângelo M. Tusset. An Optimal Linear Control Design for Nonlinear Systems . J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng. 2008. Vol. 30, n.4. Pp. 279–284. <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-58782008000400002>

УДК 621.314.58

Т.В. Мысак, канд. техн. наук

Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМ ТРАНСФОРМАТОРОМ

Объектом исследования является источник синусоидального напряжения, который имеет в своем составе солнечную батарею, преобразователь частоты с ШИМ и выходным LC-фильтром, и нелинейный однофазный выходной трансформатор с дополнительным фильтром на выходе, который подключен к однофазной неавтономной сети потребителя. Получено математическое описание этого источника как аффинной нелинейной сингулярно-возмущенной системы дифференциальных уравнений и выполнено понижение порядка. Получены условия устойчивости интегрального многообразия в системе с неизвестным заранее управлением в обобщенном виде. Нелинейная редуцированная система приведена к виду, который позволил применить стратегию управления с линейной обратной связью. Использование градиентного метода позволило получить функцию Ляпунова в виде квадратичной формы, коэффициенты которой являются решениями линейной системы уравнений. Выписано условие, при котором использование этих коэффициентов гарантирует локальную асимптотическую устойчивость системы. Приводятся результаты моделирования, проведенного с учетом ограничений, влияющих на техническую возможность реализации полученной стратегии управления. Библ. 21, рис. 2.

Ключевые слова: преобразователь частоты, нелинейность типа насыщение, интегральное многообразие, сингулярно-возмущенная система, устойчивость, функция Ляпунова.

T.V. Mysak

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Peremohy, 56, 03057, Kyiv, Ukraine

STABILITY OF CONVERTER CONTROL AT FORMATION OF SINUSOID OUTPUT VOLTAGE OF AN ALTERNATIVE POWER SOURCE WITH NONLINEAR TRANSFORMER

The object of the study is a source of sinusoidal voltage, which has a solar cell, a PWM frequency converter and an output LC filter, and a nonlinear, single phase output transformer with an additional LC-filter on the output, which is connected to a single-phase non-autonomous consumer network. A mathematical description of this source, as an affine nonlinear singularly perturbed system of differential equations, is obtained, and a decreasing order is made. Conditions for the stability of an integral variety in a system with an unknown forward control in generalized form are obtained. The nonlinear reduced system is brought to a kind that allows us to apply a linear feedback control strategy. The use of the gradient method allowed us to obtain the Lyapunov function in the form of a quadratic form, whose coefficients are solutions of the linear system of algebraic equations. A condition in which the use of these coefficients guarantees the local asymptotic stability of the system is given. The results of the simulation, conducted taking into account the constraints affecting the technical feasibility of implementing the strategy of control, are presented. The spectral composition of the output voltage has been estimated for nominal and minimum load cases. References 21, figures 2.

Key words: frequency converter, saturation nonlinearity, integral manifold, singularly-perturbed system, stability, Lyapunov function.

1. Häberlin Heinrich. Photovoltaics System Design And Practice. John Wiley & Sons Ltd, 2012. 732 p.
2. Nayar C. V., Islam S. M., Dehbonei H., Tan K., Sharma H. Power Electronics for Renewable Energy Sources. Power Electronics Handbook Devices, Circuits, And Applications. Third Edition. Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, 2011. Pp.723–764.
3. Teodorescu R., Liserre M., Rodriguez P. Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems. Hoboken. NJ, USA: John Wiley & Sons Ltd, 2011. 407 p.
4. Sundaram Sivasankari, Sheeba K. N., Jakka Sarat Chandra Babu. Grid Connected Photovoltaic Systems: Challenges and Control Solutions. A Potential Review. International Journal of *Electronics and Electrical Engineering*. Vol. 4, No 6, December 2016. Pp. 463–473. DOI: 10.18178/ijee.4.6.
5. Bourguiba Ines, Houari Azeddine, Belloumi Hamed, Kourda Ferid. Control of Single-Phase Grid Connected Photovoltaic Inverter. Proceedings of 2016 4th International Conference on *Control Engineering & Information Technology* (CEIT-2016) Tunisia, Hammamet. December 16-18, 2016. Pp. 1–6.
6. Jianwei Zhang, David G. Dorrell Li Li, Ahmadreza Argha. A Novel Sliding Mode Controller for DC-DC Boost Converters under Input/Load Variations. *Proc. of IECON2015*, Yokohama, November 9-12, 2015. Pp. 1698–1703.
7. Mykhalskyi V.M. Means for improving the quality of electricity at inputs and outputs of frequency and voltage transformers with. Kyiv: Інститут електродинаміки НАН України, 2013. 340 с. (Ukr)
8. Quality of electric energy. NKREKP. Official web-site. URL: <http://www.nerc.gov.ua/?id=19529>. (Ukr)
9. Yang Y., Blaabjerg F. Overview of Single-Phase Grid-Connected Photovoltaic Systems. *Electric Power Components and Systems*. 2015. Pp. 1–10. DOI: 10.1080/15325008.2015.1031296.
10. Ganus O.I., Starkov K.O. Investigation of the model of nonlinear inductance of the voltage transformer as a factor affecting the appearance of ferro-resonance processes. *Visnyk KHNTUS-H Tekhnichni nauky*. 2014. No 153. P. 11–14. (Ukr)
11. Ponomarev K.K. Compiling and solving differential equations of engineering problems. Moskva: Uchpedgiz, 1962. 184 p. (Rus)
12. Matyuk V.F., Osipov A.A. Mathematical models of the magnetization curve and magnetic hysteresis loops. Part I. 2011. Analysis of models. *Nerazrushayushchiy kontrol' i diagnostika*. 2011. No 2. Pp. 1–33. (Rus)
13. Mysak T.V. Construction of the circuit of modulation of the output voltage of the power source with a nonlinear output transformer using a mathematical model of reduced order. *Pratsy Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2017. No 47. Pp. 57–67. (Ukr)
14. Shchepakina E., Sobolev V., Michael P. Mortell. Singular Perturbations. Introduction to System Order Reduction. Methods with Appl. *Springer International Publishing Switzerland*. 2014. 211 p. DOI: 10.1007/978-3-319-09570-7.
15. Alekseev V.M. The theorem on integral inequality and some of its applications. 1965. Vol. 68 (110), No 2. P. 251–273. (Rus)
16. Denisov A.M., Razgulin A.V. Ordinary differential equations. Part 1. Moscow: Izd-vo MGU. 2009. 122 p. (Rus)
17. Leon O. Chua. Dynamic Nonlinear Networks: State-of-the-Art. *IEEE Transactions On Circuits And Systems*. Vol. Cas-27, No 11, November 1980. Pp. 1059–1087.
18. Yolkin V.I. Reduction of nonlinear control systems: Differential-geometric approach. Moskva: Nauka, 1997. 317 p. (Rus)
19. Mysak T.V. Synthesis of the output voltage control loop of a nonlinear Solid State Transformer. *Electronics and communication*, Vol. 22, No 3 (2017). Pp. 27–33. DOI: <https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.3.102267> URL <http://elc.kpi.ua/old/article/view/102267> (Ukr)
20. Wassim M. Haddad, Vijay Sekhar Chellaboina. Nonlinear Dynamical Systems and Control. A Lyapunov-Based Approach. Princeton University Press, 2008. 974 p.
21. Rafikov M., José M. Balthazar, Angelo M. Tusset. An Optimal Linear Control Design for Nonlinear Systems. *J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng.* 2008, Vol. 30, No 4. Pp. 279–284. <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-58782008000400002>