

РОЗРАХУНОК ПРОЦЕСІВ У ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ЗА ТОПОЛОГІЄЮ L_{UO} З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДА УСЕРЕДНЕННЯ НА ОСНОВІ ТЕОРЕМ ЛАГРАНЖА

Ю.В. Руденко, докт. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна
e-mail: rudenko@ied.org.ua

Досліджено електромагнітні процеси у елементарному перетворювачі постійної напруги за топологією L_{UO} з інвертуючим виходом в режимах безперервної та переривчастої провідності струму. За допомогою метода усереднення в просторі станів на основі теорем Лагранжа розроблено математичні моделі перетворювача для вказаних режимів роботи. Використання розроблених моделей дало змогу отримати аналітичні вирази для розрахунку середніх та пульсаційних значень струмів та напруг у реактивних елементах перетворювача, а також коефіцієнтів їхніх пульсацій. Розраховано графічні залежності вказаних параметрів у всьому діапазоні комутації перетворювача з урахуванням режимів провідності. Показано, що в порівнянні із традиційною топологією понижувально-підвищувального перетворювача вихідний фільтр у елементарному перетворювачі L_{UO} з інвертуючим виходом суттєво зменшує коефіцієнт пульсацій вихідної напруги. Визначено, що величина зменшення пульсацій напруги пропорційна добутку величин індуктивності та ємності фільтра, а також квадрату частоти комутації та не залежить від режиму провідності перетворювача. Бібл. 13, рис. 5, таблиця.

Ключові слова: перетворювачі постійної напруги, перетворювач L_{UO}, метод усереднення в просторі станів, теореми Лагранжа.

Технологія перетворення постійної напруги в постійну розвивається достатньо швидкими темпами, в наслідок чого перетворювачі постійної напруги широко використовуються в промислових застосуваннях, таких як системи енергонакопичення та відновлюваної електроенергетики, електротехнологічні системи та інш. Сьогодні всі сучасні пристрої силової електроніки потребують високоякісних, надійних та ефективних джерел живлення.

Серед багатьох електротехнічних об'єктів, систем енергозбереження та енергонакопичення застосування перетворювачів постійної напруги часто вимагає наявності негативного виходу у перетворювальному пристрої [1-3]. Традиційний понижувально-підвищувальний перетворювач, наприклад, може забезпечити інверсний вихід і досягти високого коефіцієнта передачі шляхом зміни робочого циклу комутації. Однак пульсація вихідної напруги такого перетворювача є високою та залежить від струму навантаження пристрою [4]. Чим більше струм навантаження, тим більші пульсації вихідної напруги. Вирішити вищезазначену проблему може найпростіший перетворювач L_{UO} з негативним виходом, топологія якого формується шляхом додавання вихідного LC-фільтра до понижувально-підвищувального перетворювача [5].

У технічній літературі дослідженню процесів у перетворювачах за схемою L_{UO} присвячено багато уваги [5-8]. Однак, отримані в них аналітичні співвідношення для розрахунків стаціонарних процесів у таких перетворювачах присвячені дослідженню режимів безперервної провідності. Проте, в багатьох випадках вважається доцільнішим працювати з перетворювачем у режимі переривчастої провідності силового накопичувального дроселя, щоб уникнути проблеми зворотного відновлення діода при комутації [4, 9]. Значно спростити розрахунок параметрів перетворювача L_{UO} та удосконалити аналіз його властивостей в режимі переривчастої провідності дає змогу метод усереднення в просторі станів на основі теорем Лагранжа [10-12]. Тому завданням даної роботи є розробка аналітичних співвідношень, направлених на зменшення трудомісткості розрахунків характеристик перетворювача L_{UO} з інвертованою вихідною напругою в режимах безперервної та переривчастої провідності із застосуванням метода усереднення на основі теорем Лагранжа.

Структурна схема перетворювача L_{UO} з інвертованою вихідною напругою показана на рис. 1. Схема містить у собі силові перемикаючі елементи *V_{T1}*, *V_{D1}*, накопичувальний дросель

сель $L1$, конденсатор $C1$ та елементи вихідного фільтра з конденсатором $C2$ та дроселем $L2$. Припустимо, що комутація перемикаючих елементів відбувається миттєво, їхні опори у відкритому стані, а також активні опори обмоток дроселів дорівнюють нулю.

Розглянемо застосування метода усереднення на основі теорем Лагранжа [10-12] для розрахунку перетворювача Luo для двох режимів провідності відносно струму силового дроселя $L1$: режим безперервного струму CCM (CCM – continuous conduction mode), та режим переривчастого струму DCM (DCM – discontinuous conduction mode). Еквівалентні схеми заміщення перетворювача зображено на рис. 2. У режимі CCM перетворювач працює на двох інтервалах комутації: на інтервалі накопичення енергії силовим накопичувальним дроселем $L1$ з тривалістю T_n (рис. 2 а), на інтервалі віддачі енергії із дроселя $L1$ у навантаження (рис. 2 б) з тривалістю T_6 . У режимі DCM крім вказаних інтервалів додається інтервал відсікання енергії (рис. 2 в) з тривалістю T_{6c} , коли струм дроселя $L1$ дорівнює нулю.

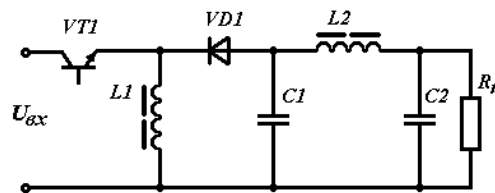


Рис. 1

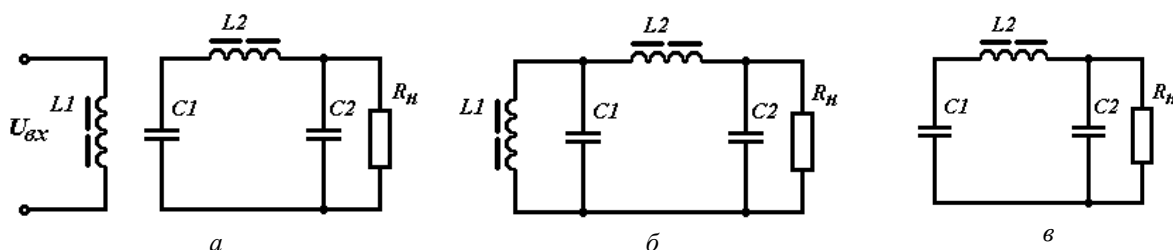


Рис. 2

Водночас зауважимо, що в усталеному процесі в обох режимах середній струм конденсаторів $C1$ та $C2$ дорівнює нулю. Таким чином, середній струм I_{VD} діода $VD1$ дорівнює середньому струму I_{L2} дроселя $L2$ та середньому струму навантаження I_n : $I_{VD} = I_{L2} = I_n$. В усталеному режимі середня напруга U_{L2} на дроселі $L2$ також дорівнює нулю, тому середні напруги на конденсаторах $C1$, $C2$ мають однакові значення: $U_{C1} = U_{C2} = U_n$. Це дає змогу нехтувати миттєвими значеннями струмів та напруг у елементах $L2$, $C2$ для визначення коефіцієнта передачі перетворювача за напругою та процесів у накопичувальному дроселі $L1$. Часові діаграми усталеного процесу в перетворювачі в режимах CCM та DCM показано на рис. 3 а та б відповідно.

Режим CCM. Запишемо диференціальні рівняння на інтервалах накопичення та віддачі енергії дроселем $L1$ в режимі CCM відносно процесів у елементах $C1$, $L1$:

$$L1 \frac{di_{L1}}{dt} = U_{ox}, \quad L1 \frac{di_{L1}}{dt} + u_{C1} = 0. \quad (1)$$

Застосовуючи метод усереднення на основі теорем Лагранжа до виразів (1), отримаємо наступну систему рівнянь відносно приросту струму дроселя ΔI_{L1} на періоді комутації T та середньої напруги U_{C1} на конденсаторі $C1$:

$$L1 \frac{\Delta I_{L1}}{T_n} = U_{ox}, \quad L1 \frac{\Delta I_{L1}}{T - T_n} = U_{C1}, \quad (2)$$

або в базисі відносних змінних:

$$\rho \Delta I_{L1}^* / K_3 = U_d^*, \quad \rho \Delta I_{L1}^* / (1 - K_3) = 1, \quad (3)$$

де ΔI_{L1} – приріст струму дроселя $L1$ на інтервалах комутації; $\rho = L1 / (R_n T)$ – нормоване значення індуктивності дроселя $L1$; $K_3 = T_n / T$ – відносна тривалість інтервалу накопичення енергії дроселем $L1$ (робочий цикл комутації, або коефіцієнт заповнення імпульсів керування транзистором $VT1$); T_n – абсолютна тривалість інтервалу накопичення (інтервал відкритого стану транзистора $VT1$); $\Delta I_{L1}^* = \Delta I_{L1} / I_{ncp}$ – відносний приріст струму дроселя $L1$, $U_d^* = U_{ox} / U_n$.

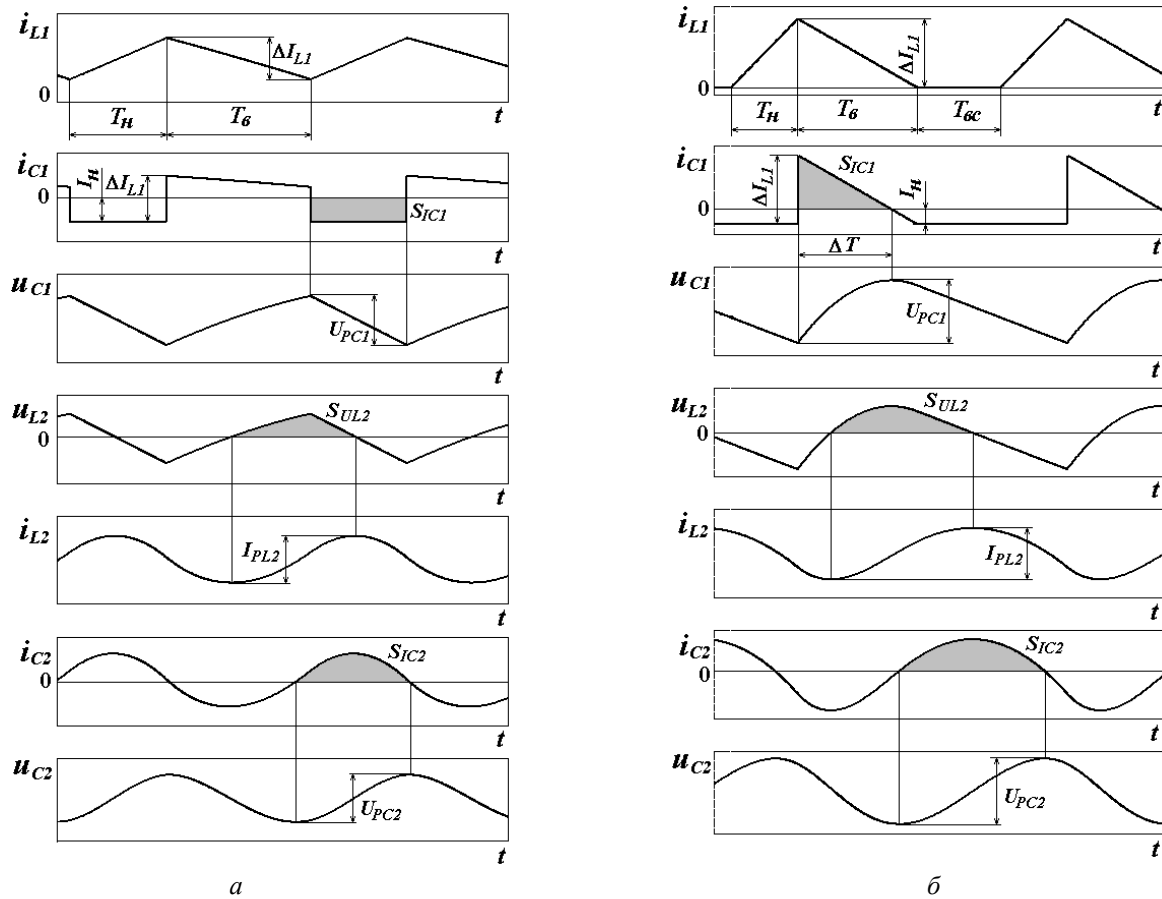


Рис. 3

Розв'язуючи систему (3), запишемо значення для коефіцієнта передачі та відносного приросту струму дроселя $L1$ відповідно:

$$U_n/U_{ex} = K_3/(1-K_3), \quad \Delta I_{L1}/I_n = (1-K_3)/\rho.$$

Визначимо співвідношення для розрахунку середніх значень струмів та напруг на реактивних елементах перетворювача та їхніх пульсаційних значень в режимі CCM.

Із наведених вище співвідношень випливає, що пульсація струму дроселя $L1$ відповідає значенню:

$$I_{PL1} = \Delta I_{L1} = K_3 T U_{ex} / L1.$$

Для визначення середнього струму I_{L1} дроселя $L1$ в режимі CCM помітимо, що коли транзистор $VT1$ увімкнено (еквівалентна схема показана на рис. 2 а), вхідний струм дорівнює струму цього дроселя $i_{ex} = i_{L1}$. Дросель $L1$ накопичує енергію від джерела U_{ex} , а струм i_{L1} лінійно зростає з нахилом $U_{ex}/L1$. Тим часом діод $VD1$ є закритим, оскільки він має зворотне зміщення. Дросель $L2$ підтримує постійний вихідний струм I_n і передає енергію від конденсатора $C1$ до навантаження R_n , тобто на етапі накопичення струм конденсатора i_{C1n} дорівнює $i_{C1n} = i_{L2}$. Коли транзистор $VT1$ вимкнено на інтервалі віддачі енергії еквівалентна схема показана на рис. 2 б. У цьому випадку вхідний струм дорівнює нулю. Струм i_{L1} протікає через відкритий діод $VD1$, заряджає конденсатор $C1$ струмом $i_{C1\delta}$ та збільшує струм i_{L2} . Водночас дросель $L1$ передає свою накопичену енергію конденсатору $C1$ і навантаженню R_n через індуктивність $L2$, тобто $i_{L1} = i_{C1\delta} + i_{L2}$. Таким чином, струм i_{L1} зменшується. Для подальшого аналізу необхідно розглянути закономірності заряду-розряду конденсатора $C1$. Протягом етапу закритого транзистора $VT1$ (інтервалу віддачі енергії) заряд конденсатора Q_{C1} збільшується на величину:

$$Q_{C1\delta} = (1-K_3) T I_{C1\delta}, \quad (4)$$

де $I_{C1\delta}$ – середній струм конденсатора $C1$ на інтервалі віддачі енергії.

Протягом етапу відкритого транзистора (інтервалу накопичення) заряд конденсатора Q_{C1} зменшується на величину:

$$Q_{C1p} = K_3 T I_{C1n}, \quad (5)$$

де I_{C1n} – середній струм конденсатора $C1$ на інтервалі накопичення енергії.

Дані співвідношення впливають з розрахунку ампер-секундної площі фігур, що обмежуються функціями струму i_{C1} на інтервалах роботи перетворювача (рис. 3 а) та відповідають закономірності заряду-розряду конденсатора на даних інтервалах в усталеному режимі:

$$\Delta Q = \int_{\Delta T} i_C dt.$$

За весь період усталеного процесу сумарний заряд конденсатора $C1$ є незмінним, отже,

$$Q_{C1z} = Q_{C1p}. \quad (6)$$

Підставляючи значення (4), (5) у рівняння (6), отримаємо

$$I_{C1z} = \frac{K_3}{1 - K_3} I_{C1n}. \quad (7)$$

Враховуючи, що для середніх значень струму виконується наступне співвідношення

$$I_{L2} = I_n = I_{C1n}, \quad (8)$$

запишемо таке рівняння:

$$I_{C1z} = \frac{K_3}{1 - K_3} I_n. \quad (9)$$

Середній струм дроселя $L1$ в режимі ССМ на інтервалі закритого транзистора I_{L1z} дорівнює середньому струму цього дроселя на інтервалі відкритого транзистора і в усталеному режимі дорівнює середньому струму на всьому періоді I_{L1} . Виходячи зі схеми заміщення перетворювача (рис. 2 б), маємо:

$$I_{L1z} = I_{C1z} + I_n.$$

Тому отримаємо величину середнього струму дроселя $L1$ в режимі ССМ:

$$I_{L1} = \frac{1}{1 - K_3} I_n. \quad (10)$$

У такому разі коефіцієнт пульсацій струму дроселя $L1$ дорівнює:

$$K_{PL1} = \frac{I_{PL1}}{I_{L1}} = \frac{(1 - K_3)^2}{\rho}$$

Формулу для розрахунку пульсації напруги на конденсаторі $C1$ також визначимо виходячи із закономірності процесів його заряду-розряду. Як було зазначено вище, під час інтервалу відкритого транзистора $VT1$ заряд конденсатора $C1$ зменшується на величину Q_{C1p} . Отже, згідно з (5) та використовуючи (8), запишемо у відповідності до властивостей заряду-розряду конденсатора наступний вираз для визначення пульсації напруги на конденсаторі $C1$ в режимі ССМ:

$$U_{PC1} = \frac{Q_{C1p}}{C1} = \frac{I_n K_3 T}{C1}. \quad (11)$$

Треба зауважити, що величина заряду Q_{C1p} відповідає площі фігури S_{IC1} , обмеженої функцією струму i_{C1} на інтервалі накопичення енергії (рис. 3 а). Використовуючи вираз (11) та співвідношення для вихідної напруги перетворювача $U_n = I_n R_n$, запишемо формулу для коефіцієнта пульсації напруги на конденсаторі $C1$:

$$K_{PC1} = \frac{U_{PC1}}{U_{C1}} = \frac{K_3 T}{R_n C1}. \quad (12)$$

Співвідношення для пульсацій струму i_{L2} дроселя $L2$ та напруги u_{C2} на конденсаторі $C2$ знайдемо, використовуючи розрахунок вольт-секундної та ампер-секундної площ, що обмежуються функціями напруги на дроселі u_{L2} та струму через конденсатор i_{C2} відповідно. Ці площі визначаються шляхом інтегрування згаданих функцій на інтервалі однакових за зна-

ком значень протягом півперіоду комутації (рис. 3 а). Пульсації функцій i_{L2} , u_{C2} , таким чином, визначаються наступними формулами:

$$I_{PL2} = \frac{1}{L2} \int_{T/2} u_{L2} dt, \quad U_{PC2} = \frac{1}{C2} \int_{T/2} i_{C2} dt. \quad (13)$$

З огляду на те, що функції u_{L2} та i_{C2} мають форму, близьку до параболічної з малими амплітудами, для спрощення розрахунків їхніх площі, замінимо ці функції функціями трикутної форми з амплітудами U_{PL2} та I_{PC2} відповідно. Треба зазначити, що в усталеному режимі величина пульсації напруги u_{L2} визначається пульсацією напруги u_{C1} , тобто $U_{PL2} = U_{PC1}$, якщо знехтувати наявністю достатньо малої пульсації напруги на конденсаторі $C2$. Те ж саме співвідношення можна записати для пульсацій струмів i_{C2} , i_{L2} з урахуванням ідеальності елементів $L2$, $C2$: $I_{PC2} = I_{PL2}$.

Таким чином, площа S_{UL2} , що обмежена функцією u_{L2} з максимальним значенням $U_{PL2} = U_{PC1}$ (заштрихована ділянка S_{UL2} на рис. 3 а), визначається наступним чином:

$$S_{UL2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{2} \cdot \frac{U_{PL2}}{2} = \frac{U_{PC1} T}{8}. \quad (14)$$

У такому разі, запишемо з урахуванням (11, 14) остаточну формулу для пульсацій струму дроселя $L2$:

$$I_{PL2} = \frac{S_{UL2}}{L2} = \frac{K_3 T^2 U_n}{8 R_n C1 L2}. \quad (15)$$

Коефіцієнт пульсацій струму дроселя $L2$ дорівнює наступному співвідношенню з урахуванням, що $I_{L2} = I_n$:

$$K_{PL2} = \frac{I_{PL2}}{I_{L2}} = \frac{K_3 T^2}{8 C1 L2}. \quad (16)$$

Площа S_{IC2} , що обмежена функцією i_{C2} з максимальним значенням $I_{PC2} = I_{PL2}$ (заштрихована ділянка S_{IC2} на рис. 3 б), відповідає наступному співвідношенню:

$$S_{IC2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{2} \cdot \frac{I_{PC2}}{2} = \frac{I_{PL2} T}{8}. \quad (17)$$

З урахуванням (15, 17) запишемо вираз для пульсації напруги на конденсаторі $C2$:

$$U_{PC2} = \frac{S_{IC2}}{C2} = \frac{K_3 T^3 U_n}{64 R_n C1 C2 L2}. \quad (18)$$

У такому разі формула для коефіцієнта пульсацій напруги на конденсаторі $C2$ має вигляд:

$$K_{PC2} = \frac{U_{PC2}}{U_n} = \frac{K_3 T^3}{64 R_n C1 C2 L2}. \quad (19)$$

Розглянемо співвідношення між коефіцієнтами пульсацій напруги на конденсаторах $C1$ та $C2$, враховуючи формули (12) та (19):

$$\frac{K_{PC1}}{K_{PC2}} = 64 L2 C2 f^2,$$

де f – частота комутації перетворювача.

Отримане співвідношення характеризує кількісний показник зменшення пульсації вихідної напруги перетворювача за допомогою контуру $L2$, $C2$ у порівнянні із традиційною схемою понижувально-підвищувального перетворювача без даного кола.

Режим DCM.

У режимі DCM з огляду на зауваження, наведені вище, в основу аналізу також візьмемо диференціальні рівняння на інтервалах накопичення та віддачі енергії дроселем $L1$ лише відносно процесів у елементах $C1$, $L1$, тобто систему рівнянь (1). У цьому режимі, як було вже вказано, до двох названих інтервалів роботи перетворювача додається третій інтервал

(рис. 2 в) – так званий інтервал відсікання енергії, коли струм індуктивності LI дорівнює нулю за певного співвідношення нормованого значення індуктивності $\rho = LI/(R_n T)$. У такому разі струм навантаження на інтервалі відсікання енергії визначається середнім струмом діода на всьому періоді, що відображається рівнянням:

$$I_n = \Delta I_{L1} \frac{T_g}{2T}, \quad (20)$$

де T_g – тривалість інтервалу віддачі дроселем LI енергії у навантаження.

Таким чином, після застосування метода усереднення на основі теорем Лагранжа до системи (1) отримаємо рівняння відносно усереднених змінних для перетворювача Luo в режимі DCM:

$$L1 \frac{\Delta I_{L1}}{T_n} = U_{ex}, \quad L1 \frac{\Delta I_{L1}}{T_g} = U_{C1}, \quad I_n = \Delta I_{L1} \frac{T_g}{2T}. \quad (21)$$

Розв'язком отриманої системи з усередненими змінними (21) є наступні характеристики перетворювача:

$$\Delta I_{L1} = \frac{T_n U_{ex}}{L1}, \quad U_{C1} = \frac{K_3}{\sqrt{2\rho}} \cdot U_{ex}, \quad T_g = T\sqrt{2\rho}. \quad (22)$$

Із співвідношень (22) випливає, що коефіцієнт передачі за напругою перетворювача у режимі DCM відповідає значенню:

$$U_n/U_{ex} = \frac{K_3}{\sqrt{2\rho}}.$$

Пульсація струму дроселя у режимі DCM співпадає з її величиною в режимі CCM:

$$I_{PL1} = \frac{K_3 T U_{ex}}{L1}.$$

Середнє значення струму дроселя LI визначається, згідно з рис. 3 б наступним виразом:

$$I_{L1} = \frac{T_n + T_g}{2T} \cdot \Delta I_{L1} = \frac{K_3 T (K_3 + \sqrt{2\rho}) U_{ex}}{2L1}.$$

У такому разі коефіцієнт пульсації струму дроселя LI дорівнює величині:

$$K_{PL1} = \frac{I_{PL1}}{I_{L1}} = \frac{2}{K_3 + \sqrt{2\rho}}. \quad (23)$$

Пульсацію напруги на конденсаторі CI визначимо відповідно зі змінням заряду на інтервалі позитивних значень струму i_{C1} через нього (рис. 3 б):

$$U_{PC1} = \frac{1}{C1} \int_{\Delta T} i_{C1} dt = \frac{S_{IC1}}{C1},$$

де S_{IC1} – площа фігури, що обмежена функцією i_{C1} на інтервалі позитивних значень.

Величина площі фігури S_{IC1} відповідає такій формулі:

$$S_{IC1} = \frac{1}{2} \frac{(\Delta I_{L1} - I_n)^2}{\Delta I_{L1}} T_g. \quad (24)$$

Підставляючи у формулу (24) значення ΔI_{L1} та T_g з виразів (23), отримаємо величину пульсації напруги на конденсаторі CI у режимі DCM:

$$U_{PC1} = \frac{U_{ex} T^2 K_3}{2L1C1} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2 \sqrt{2\rho}. \quad (25)$$

З огляду на те, що згідно з (22) $U_{ex} = U_{C1} \sqrt{2\rho}/K_3$, запишемо величину коефіцієнта пульсації напруги на конденсаторі CI у режимі DCM:

$$K_{PC1} = \frac{T^2 \rho}{L1C1} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2. \quad (26)$$

З аналогічними припущеннями, використаними для досліджень параметрів процесів у елементах $L2$, $C2$ перетворювача в режимі ССМ, знайдемо вирази для середніх значень струмів і напруг та їхніх пульсацій у даних елементах перетворювача в режимі DCM.

Використовуючи вирази (14) та (25), величину пульсації струму у дроселі $L2$ в режимі DCM визначимо наступним чином:

$$I_{PL2} = \frac{S_{UL2}}{L2} = \frac{U_{\text{ex}} T^3 K_3}{16L1L2C1} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2 \sqrt{2\rho}. \quad (27)$$

Коефіцієнт пульсацій струму дроселя $L2$ запишемо за допомогою виразу:

$$K_{PL2} = \frac{I_{PL2}}{I_{L2}} = \frac{T^2}{8C1L2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2. \quad (28)$$

З використанням виразів (17), (27) визначимо пульсацію напруги на конденсаторі $C2$ в режимі DCM:

$$U_{PC2} = \frac{S_{IC2}}{C2} = \frac{U_{\text{ex}} T^4 K_3}{128L1L2C1C2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2 \sqrt{2\rho}. \quad (29)$$

Коефіцієнт пульсацій напруги на конденсаторі $C2$ відповідає наступному співвідношенню:

$$K_{PC2} = \frac{I_{PC2}}{U_{C2}} = \frac{T^4 \rho}{64L1L2C1C2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2. \quad (30)$$

Визначимо кількісний показник зменшення пульсацій вихідної напруги перетворювача за допомогою кола $L2$, $C2$ для режиму DCM, використовуючи формули (26) і (30):

$$\frac{K_{PC1}}{K_{PC2}} = 64L2C2f^2.$$

Очевидно, що даний показник в режимі DCM роботи перетворювача співпадає з таким показником для режиму ССМ. Отриманий результат свідчить, що зменшення рівня пульсацій вихідної напруги перетворювача за допомогою контуру $L2$, $C2$ визначається лише параметрами елементів $L2$, $C2$ та частотою комутації і не залежить від режиму провідності перетворювача.

У таблиці наведено співвідношення в узагальненому вигляді відносно незалежних параметрів для визначення середніх значень струмів та напруг у реактивних елементах елементарного перетворювача L_{uo} з інвертованою вихідною напругою, їхніх пульсаційних значень та коефіцієнта пульсацій у режимах ССМ та DCM. Отримані співвідношення дають змогу розрахувати дані параметри та дослідити характеристики процесів у перетворювачі в режимах ССМ та DCM.

За допомогою отриманих співвідношень розраховано графічні залежності величин пульсацій напруги на конденсаторах $C1$, $C2$, струму у дроселі $L2$ (рис. 4), а також залежності коефіцієнта пульсацій напруги на конденсаторах $C1$, $C2$ та струму в дроселях $L1$, $L2$ (рис. 5). Для розрахунків використано наступні параметри перетворювача: $U_{\text{ex}} = 300$ В, $T = 50$ мкс, $L1 = L2 = 100$ мкГн, $C1 = C2 = 5$ мкФ, $R_{\text{н}} = 40$ Ом.

Графіки розраховано залежно від коефіцієнта заповнення K_3 з урахуванням режимів DCM та ССМ для декількох значень ρ нормованої індуктивності дроселя $L1$.

Графік величини пульсації струму дроселя $L1$ не показано з огляду на те, що він не залежить від режиму провідності перетворювача та являє собою тривіальну лінійну залежність – пульсація збільшується у разі збільшення коефіцієнта заповнення.

Змінення вказаних розрахованих величин на рисунках у режимах DCM відображено суцільними графіками до граничних точок, після яких у випадку збільшення коефіцієнта заповнення починається режим ССМ. Режим ССМ відображено пунктирними графіками.

Параметр процесу	CCM	DCM
I_{L1}	$\frac{K_3 U_{\text{ex}}}{(1-K_3)^2 R_H}$	$\frac{K_3 T (K_3 + \sqrt{2\rho}) U_{\text{ex}}}{2L1}$
I_{PL1}	$\frac{K_3 T U_{\text{ex}}}{L1}$	$\frac{K_3 T U_{\text{ex}}}{L1}$
K_{PL1}	$\frac{(1-K_3)^2}{\rho}$	$\frac{2}{K_3 + \sqrt{2\rho}}$
U_{C1}	$\frac{K_3}{(1-K_3)} U_{\text{ex}}$	$\frac{K_3}{\sqrt{2\rho}} \cdot U_{\text{ex}}$
U_{PC1}	$\frac{K_3^2 T U_{\text{ex}}}{(1-K_3) R_H C1}$	$\frac{U_{\text{ex}} T^2 K_3 \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2 \sqrt{2\rho}}{2L1C1}$
K_{PC1}	$\frac{K_3 T}{R_H C1}$	$\frac{T}{R_H C1} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2$
I_{L2}	$\frac{K_3 U_{\text{ex}}}{(1-K_3) R_H}$	$\frac{K_3 U_{\text{ex}}}{\sqrt{2\rho} R_H}$
I_{PL2}	$\frac{K_3^2 T^2 U_{\text{ex}}}{8(1-K_3) R_H C1 L2}$	$\frac{U_{\text{ex}} T^3 K_3 \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2 \sqrt{2\rho}}{16L1L2C1}$
K_{PL2}	$\frac{K_3 T^2}{8C1L2}$	$\frac{T^2}{8C1L2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2$
U_{C2}	$\frac{K_3}{(1-K_3)} U_{\text{ex}}$	$\frac{K_3}{\sqrt{2\rho}} \cdot U_{\text{ex}}$
U_{PC2}	$\frac{K_3^2 T^3 U_{\text{ex}}}{64(1-K_3) R_H C1 C2 L2}$	$\frac{U_{\text{ex}} T^4 K_3 \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2 \sqrt{2\rho}}{128L1L2C1C2}$
K_{PC2}	$\frac{K_3 T^3}{64R_H C1 C2 L2}$	$\frac{T^4 \rho}{64L1L2C1C2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)^2$

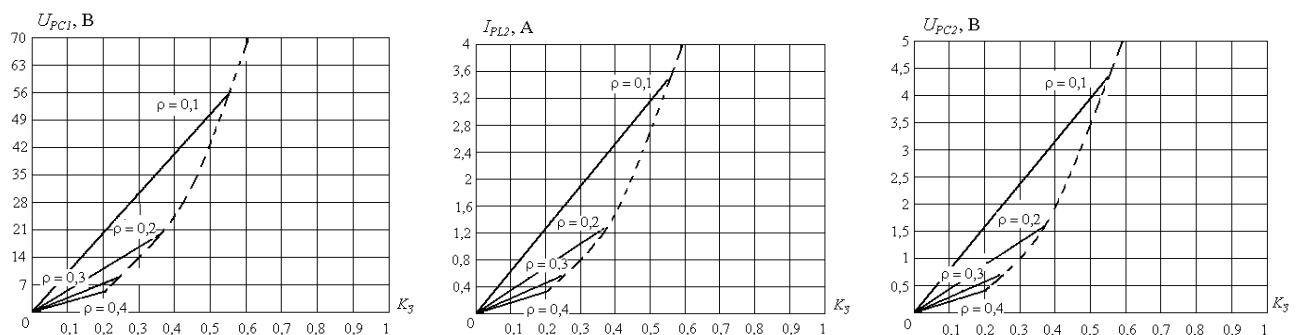


Рис. 4

Розрахунки показали, що в режимі DCM підвищення величин пульсацій напруг на конденсаторах $C1$, $C2$ та струму в дроселі $L2$ відбувається лінійно у разі збільшення коефіцієнта заповнення, а рівень підвищення залежить від нормованої індуктивності дроселя $L1$. Чим нижче значення нормованої індуктивності дроселя, тим більше значення пульсації. У режимі CCM це підвищення відбувається за параболічним законом незалежно від величини даної нормованої індуктивності (рис. 4).

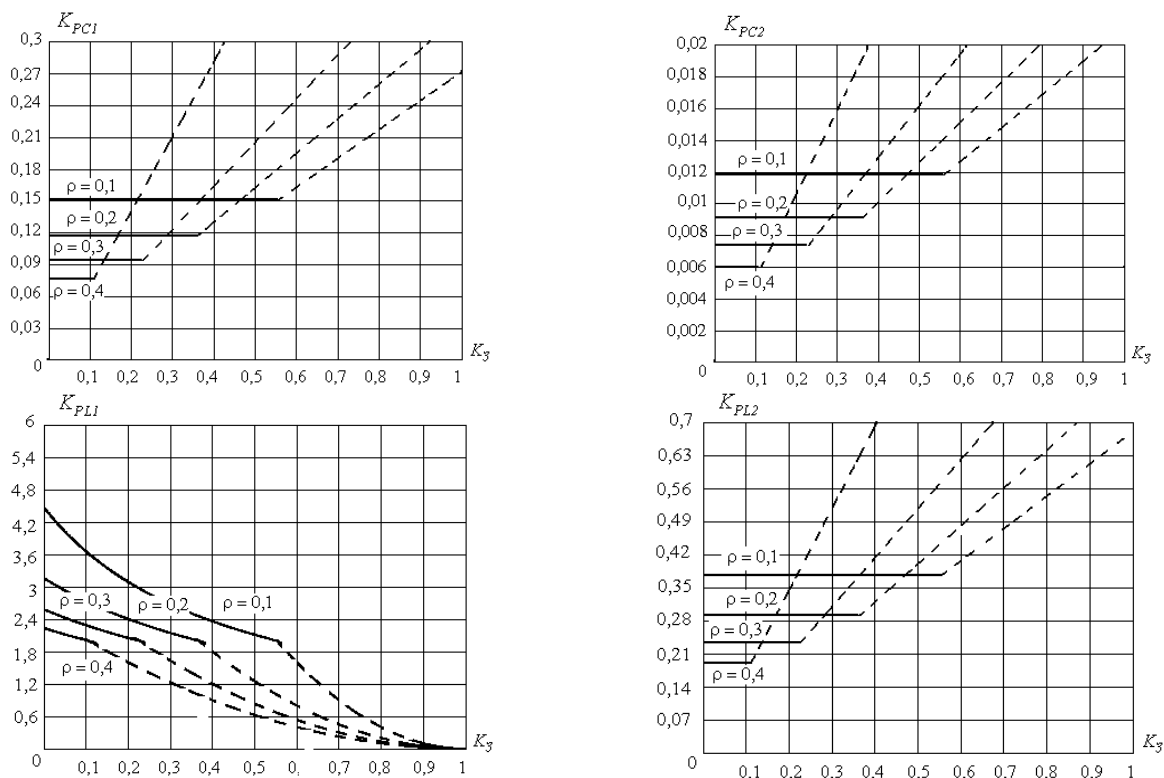


Рис. 5

Стосовно розрахованих коефіцієнтів пульсацій, за винятком величини K_{PL1} , слідує, що на ділянці DCM їхня величина є незмінною і залежить тільки від нормованої індуктивності накопичувального дроселя (рис. 5). У випадку подальшого збільшення коефіцієнта K_z вище граничного значення, перетворювач працює в режимі безперервної провідності, коефіцієнт пульсацій за напругою підвищується лінійно. Значення величини пульсації K_{PL1} зменшуються з підвищенням коефіцієнта заповнення за параболічними законами різного характеру. При збільшенні нормованої індуктивності дроселя $L1$ ділянка DCM на всіх рисунках зменшується. Розрахунки показали, що за вказаних параметрів перетворювача коефіцієнт пульсацій K_{PC2} є в 12,8 раза менший за величину коефіцієнта пульсацій K_{PC1} .

Отримані в результаті досліджень аналітичні співвідношення та результати розрахунків підтверджені за допомогою моделювання процесів у пакеті PSim. Розбіжність отриманих теоретичних результатів з результатами моделювання склала до 1-3 % за винятком величин пульсацій струму дроселя $L2$ та напруги на конденсаторі $C2$, де вона складає величину 10-15 %. Вказана розбіжність пов'язана з прийнятими припущеннями, але дозволяє застосовувати отримані аналітичні співвідношення для розрахунку елементів перетворювача та аналізувати його властивості.

Висновки. У результаті проведених досліджень розроблено аналітичні співвідношення для розрахунку основних параметрів елементарного перетворювача Luo з інвертованою вихідною напругою. Ці дослідження проілюстрували підхід до розрахунку пульсацій напруги на конденсаторах та струму у дроселях перетворювачів постійної напруги. Підхід базується на використанні в розрахунках значень ампер-секундних інтегралів функцій струму конденсаторів та вольт-секундних інтегралів функцій напруги на дроселях в усталеному режимі. Такий підхід дозволяє адекватно визначати параметри пульсацій на вказаних елементах, застосовуючи математичну модель перетворювача з усередненими за допомогою теорем Лагранжа змінними. Отримані співвідношення сприяють спрощенню розрахунків перетворювача та дають змогу реалізувати його необхідні вихідні параметри при заданих обмеженнях на величини пульсацій на реактивних елементах. Показано, що у порівнянні із традиційною топологією понижувально-підвищувального перетворювача вихідний фільтр у елементарному перетворювачі Luo з інвертованою вихідною напругою суттєво зменшує коефіцієнт pulsa-

цій вихідної напруги. Величина зменшення пульсацій напруги пропорційна добутку величин індуктивності та ємності фільтра, а також квадрату частоти комутації. Доведено, що ця величина не залежить від режиму провідності перетворювача.

Отримані результати досліджень дають можливість також розрахувати максимальні та середні значення струмів та напруг на перемикаючих елементах перетворювача, що сприятиме обґрунтованому їхньому застосуванню для побудови пристрою.

Дослідження показали, що використання методу усереднення в просторі станів з використанням теорем Лагранжа дозволяє отримати прості аналітичні співвідношення для розрахунку перетворювача з множинною кількістю станів (з кількістю інтервалів провідності, більшою ніж два). Цей факт визначає принципову перевагу проілюстрованого методу з використанням теорем Лагранжа порівняно з іншими методами дослідження [4, 13].

1. A. Cocor, A. Baescu, and A. Florescu. Elementary and self-lift negative output Luo dc-dc converters used in hybrid cars. *U.P.B. Sci. Bull., Series C*, 2015, vol. 77, no. 4, pp. 179-190.
2. J. M. Alonso, A. J. Calleja, D. Gacio, J. Cardesin, E. Lopez. A long-life high-power-factor HPS-lamp LED retrofit converter based on the integrated buck-boost buck topology. *IEEE Proc., IECON 11*, Melbourne, VIC, Austria, Jan. 2012, pp. 2860-2865.
3. J. Fu, B. Zhang, D. Y. Qiu and W. X. Xiao. A novel single-switch cascaded DC-DC converter of boost and buck-boost converters. *16th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2014. pp. 1-9.
4. Marian K. Kazimierzczuk. *Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters*. UK: John Wiley&Sons, 2016. 960 p.
5. M.Chilambarasan, M.Ramesh Babu and R.Sujatha. Design and simulation of LUO converter topologies for photovoltaic applications. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2014, vol. 9, no. 23.pp. 21553-21560.
6. Behdad Faridpak, Meisam Farrokhifar, Mojtaba Nasiri, Arman Alahyari, and Nasser Sadoogi. Developing a super-lift Luo-converter with integration of buck converters for electric vehicle applications. *CSEE Journal of Power and Energy Systems*. 2021. vol. 7, no. 4, pp. 811-820.
7. Niranjana Siddharthan, Baskaran Balasubramanian. Performance evaluation of SEPIC, Luo and ZETA converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System (IJPEDS)*. 2019, vol. 10, no. 1, pp. 374-380.
8. J. Gnanavadeivel, N. Senthil Kumar, C.N. Naga Priya and K.S. Krishna Veni. Investigation of power quality improvement in super lift Luo converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System (IJPEDS)*. 2017, vol. 8, no. 3, pp. 1240-1250.
9. M. Bodelto. Design of AC-DC PFC high-order converters with regulated output current for low-power applications. *IEEE Trans.Power Electron.*, Mar. 2016, vol. 31, no. 3, pp. 1212-1225.
10. Руденко Ю.В. Способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2017. №3. С. 42-48.
11. Руденко Ю.В. Усреднение модели двухтактного преобразователя постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2018. №1. С. 37-46.
12. Руденко Ю.В. Особливості розрахунку напівпровідникових перетворювачів постійної напруги на основі усереднення в просторі станів. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. Київ: ІЕД НАНУ, 2020. Вип.56. С. 64-71.
13. Жуйков В.Я., Денисюк С.П., Мельничук Г.В. Моделирование систем с перетворювачами електроенергії з циклічно-змінюваними параметрами. Київ: Наш формат, 2018. 165 с.

CALCULATION OF PROCESSES IN THE LUO TOPOLOGY CONVERTER USING THE AVERAGING METHOD BASED ON LAGRANGE THEOREMS

Yu.V. Rudenko

Institute of electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Beresteyskyi ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine
e-mail: rudenko@ied.org.ua

The electromagnetic processes in elementary dc converter according to the Luo topology with inverting output in modes of continuous and discontinuous conduction were studied. Using the method of averaging in the state space based on Lagrange theorems, mathematical models of converter for mentioned modes of operation have been developed. The use of developed models made it possible to obtain analytical expressions for calculating the average and pulsation values of currents and voltages in the reactive elements of the converter, as well as their ripple coefficients. Graphical dependences of the mentioned parameters were calculated in the entire commutation range of converter, taking into account the conduction modes. It is shown that, in comparison with traditional topology of buck-boost con-

verter, the output filter in elementary Luo converter with inverting output significantly reduces the ripple coefficient of output voltage. It was determined that the amount of voltage ripple reduction is proportional to the product of the inductance and filter capacity values, as well as the square of the switching frequency and does not depend on the conductivity mode of the converter. Ref. 13, fig. 5, table.

Key words: dc voltage converters, Luo converter, averaging method in state space, Lagrange theorems.

1. A. Cocor, A. Baescu, and A. Florescu. Elementary and self-lift negative output Luo dc-dc converters used in hybrid cars. *U.P.B. Sci. Bull., Series C*, 2015, vol. 77, No 4, Pp. 179–190.
2. J. M. Alonso, A. J. Calleja, D. Gacio, J. Cardesin, E. Lopez. A long-life high-power-factor HPS-lamp LED retrofit converter based on the integrated buck-boost buck topology. *IEEE Proc., IECON 11*, Melbourne, VIC, Austria, Jan. 2012, Pp. 2860–2865.
3. J. Fu, B. Zhang, D. Y. Qiu and W. X. Xiao. A novel single-switch cascaded DC-DC converter of boost and buck-boost converters. *16th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2014. Pp. 1–9.
4. Marian K. Kazimierczuk. Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters. UK: John Wiley&Sons, 2016. 960 p.
5. M.Chilambarasan, M.Ramesh Babu and R.Sujatha. Design and simulation of LUO converter topologies for photovoltaic applications. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2014, vol. 9, No 23. Pp. 21553–21560.
6. Behdad Faridpak, Meisam Farrokhifar, Mojtaba Nasiri, Arman Alahyari, and Nasser Sadoogi. Developing a super-lift Luo-converter with integration of buck converters for electric vehicle applications. *CSEE Journal of Power and Energy Systems*. 2021. vol. 7, No. 4, Pp. 811–820.
7. Niranjana Siddharthan, Baskaran Balasubramanian. Performance evaluation of SEPIC, Luo and ZETA converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System (IJPEDS)*. 2019, vol. 10, No 1, Pp. 374–380.
8. J. Gnanavadivel, N. Senthil Kumar, C.N. Naga Priya and K.S. Krishna Veni. Investigation of power quality improvement in super lift Luo converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System (IJPEDS)*. 2017, vol. 8, No. 3, Pp. 1240–1250.
9. M. Bodeito. Design of AC–DC PFC high-order converters with regulated output current for low-power applications. *IEEE Trans.Power Electron.*, Mar. 2016, vol. 31, No. 3, Pp. 2012–2025.
10. Rudenko Yu. Mode of averaging of pulse DC converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017, No. 3, Pp. 42–48.
11. Rudenko Yu. Averaging of push-pull DC converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018, No. 1, Pp. 37–46.
12. Rudenko Yu. Features of calculation of DC semiconductor converters based on state space averaging. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2020. No 56. Pp. 64–71.
13. Zhuikov V.Ya., Denisyuk S.P., Melnichuk G.V. Modeling of systems with power converters with cyclically changing parameters. Kyiv: Nash Format, 2018. 165 p.

Надійшла: 07.06.2023

Прийнята: 18.09.2023

Submitted: 07.06.2023

Accepted: 18.09.2023