

ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОФІЗИКА

УДК 621.314.58

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.062>**ДВОПОЛЮСНА ЗАСТУПНА СХЕМА ЛІНІЙНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ, ЕКВІВАЛЕНТНА ЗА КОМПЛЕКСНОЮ ПОТУЖНІСТЮ**

М.Ю. Артеменко^{1*}, докт. техн. наук, **Ю.В. Кутафін**^{2**}, докт. філос., **І.А. Шаповал**^{3***}, докт. техн. наук, **В.М. Михальський**^{3****}, член-кор. НАН України, **В.В. Чопик**^{3*****}, канд. техн. наук, **С.Й. Поліщук**^{3*****}, канд. техн. наук

1 – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна

2 – Академія праці, соціальних відносин і туризму, вул. Кільцева дорога, 3А, Київ, 03187, Україна

3 – Інститут електродинаміки НАН України, пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна

e-mail: artemenko_m_ju@ukr.net

Установлено, що комплексний схемний еквівалент Тевенена неадекватно відтворює такі енергетичні характеристики первинного кола синусоїдного струму, як активна потужність та коефіцієнт потужності. Запропоновано нову двополосну комплексну заступну схему лінійного електричного кола синусоїдного струму, що еквівалентна первинному колу за комплексною потужністю та відтворює його комплексну вольт-амперну характеристику на парі виділених затискачів. Обґрунтовано аналітичні співвідношення для розрахунку параметрів елементів запропонованої заступної схеми за комплексними ZE- параметрами первинного кола в базисі контурних струмів. Результати моделювання лінійних електричних кіл синусоїдного струму в часовій області повністю підтвердили адекватність структури нової двополосної комплексної заступної схеми та аналітичної методики визначення її параметрів у відтворенні енергетичних характеристик первинного кола в режимах розриву та замикання виділених затискачів, а також для конкретного навантаження. Бібл. 14, рис. 8.

Ключові слова: двополосний схемний еквівалент Тевенена-Барбі, електричне коло синусоїдного струму, комплексна заступна схема, еквівалентність за комплексною потужністю.

Вступ. Класичний принцип або теорема про еквівалентний генератор [1–3] передбачає заміну лінійного електричного кола довільної складності двоелементним схемним еквівалентом Тевенена [4] чи Нортона [5], що відтворює вольт-амперну характеристику (ВАХ) первинного кола на парі виділених затискачів. Трактуювання принципу еквівалентного джерела було переглянуто І. Барбі в [6], де він висунув додаткову вимогу забезпечення двополосним схемним еквівалентом сумарної потужності внутрішніх втрат, притаманних первинному колу за довільного навантаження. У цій же роботі він запропонував першу заступну схему для електричного кола постійного струму, складеного з незалежних ідеальних джерел напруги та резисторів, що задовольняє зазначене трактування. Вона відрізняється від схемного еквівалента Тевенена доданим резистором з опором визначеної величини, увімкненим паралельно ідеальному джерелу напруги. У подальших роботах [7–9] схемотехніка двополосних заступних схем із можливістю відтворення потужності первинного кола була розвинута, охопивши електричні кола постійного струму, що містять довільну кількість незалежних джерел як напруги, так і струму. У [10] запропоновано нову двополосну заступну схему для кіл постійного струму з додатково включеними залежними джерелами напруги, керованими струмами. Їхня наявність зумовила несиметрію матриці контурних опорів та необхідність додавання четвертого елемента до схемного еквівалента Тевенена-Барбі у вигляді залежного джерела струму, керованого струмом (ЗДСКС) навантаження, вихідні затискачі якого приєднані до

© Артеменко М.Ю., Кутафін Ю.В., Шаповал І.А., Михальський В.М., Чопик В.В., Поліщук С.Й., 2025

ORCID ID: *<https://orcid.org/0000-0001-9341-9238>, **<https://orcid.org/0000-0002-8156-1277>,

<https://orcid.org/0000-0002-9107-5061>, *<https://orcid.org/0000-0002-8251-3111>,

*****<https://orcid.org/0000-0002-5046-5223>, *****<https://orcid.org/0000-0002-6978-2747>



джерела напруги еквівалентного генератора. Величина коефіцієнта передачі ЗДСКС забезпечувала корекцію ват-амперної характеристики двополюсного схемного еквівалента відповідно до властивостей первинного кола. У [11] були встановлені взаємно однозначні відповідності між параметрами схемного еквівалента Тевенена-Барбі й первинними параметрами пасивного лінійного чотирьополюсника та однорідної довгої лінії передачі, що розширило можливості оптимізації енергетичних характеристик кіл постійного струму за двополюсним еквівалентом. Водночас дотепер принцип еквівалентного джерела з властивістю консервації потужностей первинного кола не був поширений на кола синусоїдного струму. Наявні методичні та наукові публікації [12, 13] обмежуються використанням комплексної заступної схеми Тевенена для розрахунку струму вітки, приєднаної до виділених затискачів, або експериментальним визначенням параметрів цього схемного еквівалента [14].

Метою цієї роботи є обґрунтування структури двополюсної комплексної заступної схеми, еквівалентної первинному колу синусоїдного струму за комплексною потужністю, створення аналітичної методики розрахунку параметрів цієї заступної схеми та перевірка її адекватності у відтворенні енергетичних характеристик первинного кола в різних режимах навантаження шляхом моделювання.

Дослідження енергетичних характеристик кіл синусоїдного струму з однаковими параметрами схемного еквівалента Тевенена та вимоги до двополюсної заступної схеми, еквівалентної первинному колу за комплексною потужністю.

На рис. 1 зображена комплексна заступна схема первинного електричного кола синусоїдного струму для вимірювання та розрахунку параметрів схемного еквівалента Тевенена відносно затискачів a , b . Шляхом еквівалентної заміни двополюсника, що складається із джерела напруги 120 В, резисторів 12 Ом та 60 Ом на послідовний ланцюг із джерелом напруги 100 В та резистором 10 Ом, здійсненій в [12], утворена спрощена комплексна схема, відображена на рис. 2.

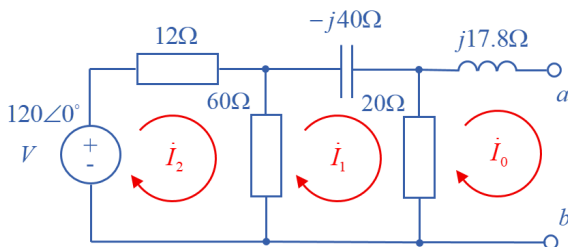


Рис. 1. Комплексна заступна схема первинного електричного кола синусоїдного струму

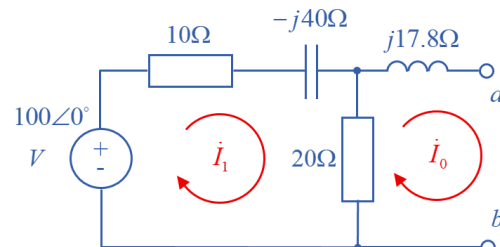


Рис. 2. Спрощена комплексна схема

Результати моделювання дослідів розриву вихідних затискачів зазначених кіл у середовищі Multisim показано на рис. 3, де параметри реактивних елементів $L1 = 17,8/100\pi = 56,65915974\text{mH}$; $C1 = 1/40 \times 100\pi = 79,57747\mu\text{F}$ відповідають комплексним опорам, зображеним на рис. 1, 2.

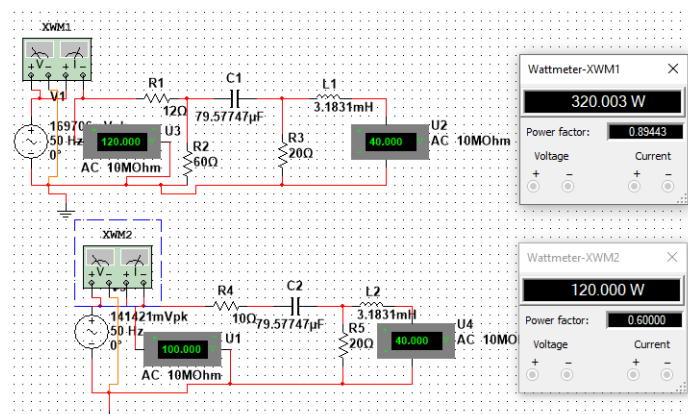


Рис. 3. Моделювання дослідів розриву вихідних затискачів схем на рис. 1, 2 у середовищі Multisim

Вони свідчать про однакову величину напруги розриву, що відповідає модулю комплексної ЕРС еквівалентного генератора Тевеніна \dot{E}_{ab} [1–3], але різні величини активної потужності та коефіцієнта потужності єдиного незалежного джерела. Ще більші розходження енергетичних характеристик, вимірюваних ватметрами, притаманні схемам, зображеним на рис. 1 та 2, у досліді замикання вихідних затискачів (рис. 4) за збереження однакової величини струму замикання.

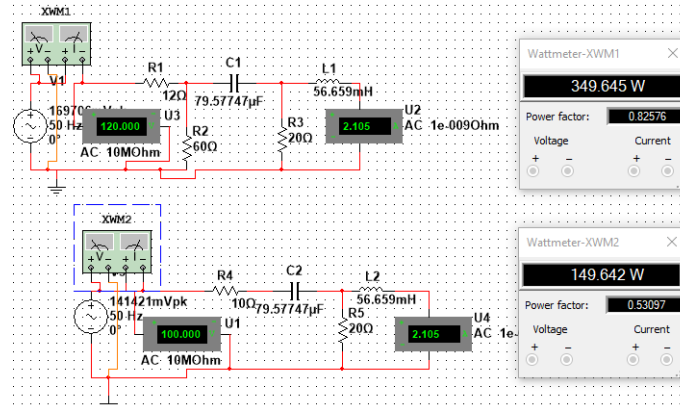


Рис. 4. Моделювання дослідів замикання вихідних затискачів схем на рис. 1, 2 у середовищі Multisim

Отже, результати моделювання, подані на рис. 3, 4, демонструють, що первинне коло (рис. 1) та його спрощений варіант (рис. 2) мають однакові параметри еквівалентних генераторів за схемою Тевенена, але відрізняються активними потужностями та коефіцієнтами потужності. Отже, схемний еквівалент Тевенена, модифікований комплексними величинами для застосування в колах синусоїдного струму, адекватно відтворює комплексну вольт-амперну характеристику (ВАХ) первинного кола на виділених затискачах, але спотворює такі його енергетичні характеристики, як активна потужність та коефіцієнт потужності, унаслідок чого і величина реактивної потужності не відповідає первинному колу. Виникає задача доповнити двополосну двоелементну комплексну заступну схему Тевенена додатковими елементами, що забезпечують його еквівалентність первинному колу за комплексною потужністю для довільного навантаження, приєднаного до виділених затискачів. Аналогічну задачу розв'язав І. Барбі в [6] для кола постійного струму, додавши резистор, увімкнений паралельно джерелу напруги схемного еквівалента Тевенена, чим забезпечив його еквівалентність первинному колу за потужністю для довільного лінійного навантаження. Водночас має зберегтися позитивна властивість оригінального схемного еквівалента Тевенена – відтворення зовнішньої ВАХ первинного кола на виділених затискачах.

Двополосна заступна схема, еквівалентна первинному колу синусоїдного струму за комплексною потужністю.

Нехай у лінійному АС електричному колі довільної структури, що складається з незалежних ідеальних джерел напруги та пасивних R, L, C елементів, виділено вихідний (зовнішній) порт із затискачами a, b для приєднання навантаження. Це первинне коло може бути представлене узагальненою комплексною заступною схемою, зображеною на рис. 5, що містить ідеальні джерела напруги, представлені відповідними комплексними ЕРС \dot{E}_k , пасивні частини віток відображені комплексними опорами \bar{z}_m , навантаження представлено у вихідному контурі комплексним ідеальним джерелом напруги \dot{V} , через яке замикається комплексний струм \dot{I}_0 вихідного контуру, а $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_n$ є комплексними струмами внутрішніх незалежних контурів. Двополосний схемний еквівалент Тевенена [4] цього кола, модифікований до застосування символічного методу розрахунку [1–3, 12], зображено на рис. 6, де $\dot{E}_{ab}, \bar{z}_{ab}$ є комплексними параметрами ЕРС та внутрішнього опору еквівалентного генератора, зовнішнє коло навантаження залишилося незмінним.

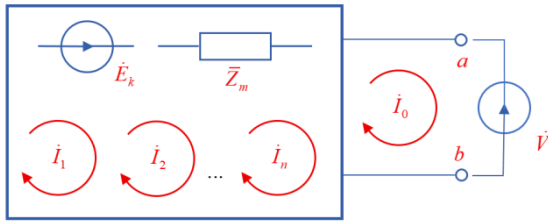


Рис. 5. Узагальнена комплексна заступна схема

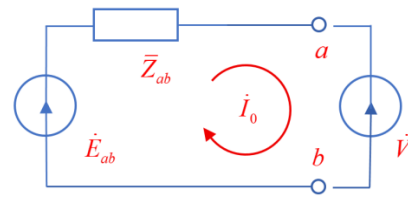


Рис. 6. Модифікований двополосний схемний еквівалент Тевенена узагальненої схеми

Контуру ЕРС та власний опір вихідного контуру, що складаються із внутрішніх елементів заступної схеми, позначимо \dot{E}_{00} та \bar{z}_{00} відповідно. Контурні струми внутрішніх контурів представимо вектором $\mathbf{i} = \|\dot{I}_1 \quad \dot{I}_2 \quad \dots \quad \dot{I}_n\|^T$, де T – знак транспонування, відповідні контурні ЕРС представимо вектором $\mathbf{e} = \|\dot{E}_{11} \quad \dot{E}_{22} \quad \dots \quad \dot{E}_{nn}\|^T$. Застосувавши метод контурних струмів [1–3] із виділенням окремого зовнішнього контуру, сформуємо систему комплексних векторно-матричних рівнянь

$$\begin{cases} \bar{z}_{00}\dot{I}_0 + \mathbf{z}^T\mathbf{i} = \dot{E}_{00} - \dot{V}; \\ \mathbf{z}\dot{I}_0 + \mathbf{Z}\mathbf{i} = \mathbf{e}, \end{cases} \quad (1)$$

де $\mathbf{z} = \|\bar{z}_{10} \quad \bar{z}_{20} \quad \dots \quad \bar{z}_{n0}\|^T$ вектор-стовпець взаємних комплексних опорів між внутрішніми та зовнішнім контурами; \mathbf{Z} квадратна матриця комплексних опорів внутрішніх контурів розмірності n , симетрична відносно головної діагоналі.

Назвемо сукупність комплексних величин $\bar{z}_{00}, \mathbf{z}, \mathbf{Z}, \dot{E}_{00}, \mathbf{e}$ з (1) системою ZE -параметрів первинного кола відносно виділених затискачів та проілюструємо процес їхнього визначення на прикладі схеми на рис. 1. Позначивши контурні струми $\dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$, складемо систему рівнянь для відповідних контурів

$$\begin{cases} (20 + j17,8)\dot{I}_0 - 20\dot{I}_2 = 0; \\ (12 + 60)\dot{I}_1 - 60\dot{I}_2 = 120; \\ (60 + 20 - j40)\dot{I}_2 - 20\dot{I}_0 - 60\dot{I}_1 = 0. \end{cases}$$

Упорядкувавши рівняння в матрично-векторній формі

$$\begin{pmatrix} 20 + j17,8 & 0 & -20 \\ 0 & 72 & -60 \\ -20 & -60 & 80 - j40 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 120 \\ 0 \end{pmatrix},$$

виділяємо первинні ZE -параметри кола, що розглядається

$$\bar{z}_{00} = 20 + j17,8; \mathbf{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \end{pmatrix}; \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 72 & -60 \\ -60 & 80 - j40 \end{pmatrix}; \dot{E}_{00} = 0; \mathbf{e} = \begin{pmatrix} 120 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Із другого рівняння (1) виражаємо

$$\mathbf{i} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{e} - \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{z}\dot{I}_0 \quad (2)$$

та підставляємо це значення в перше рівняння цієї ж системи для отримання комплексної ВАХ зовнішнього контуру

$$(\bar{z}_{00} - \mathbf{z}^T\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{z})\dot{I}_0 = \dot{E}_{00} - \mathbf{z}^T\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{e} - \dot{V}. \quad (3)$$

Із порівняння з комплексною ВАХ схемного еквівалента Тевенена, зображеного на рис. 6,

$$\bar{z}_{ab}\dot{I}_0 = \dot{E}_{ab} - \dot{V}, \quad (4)$$

виражаємо комплексні параметри еквівалентного генератора Тевенена через ZE -параметри

$$\bar{z}_{ab} = \bar{z}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z}; \dot{E}_{ab} = \dot{E}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e}. \quad (5)$$

Визначивши спряжений комплекс вектора струму $\hat{\mathbf{i}} = (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e})^* - (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z})^* \hat{I}_0$, знаходимо комплексну потужність всередині первинного кола на рис. 5 як функцію комплексного вихідного струму

$$\tilde{S}(\hat{I}_0) = \mathbf{e}^T \hat{\mathbf{i}} + (\dot{E}_{00} - \dot{V}) \hat{I}_0 = \mathbf{e}^T (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e})^* + (\dot{E}_+ - \dot{V}) \hat{I}_0, \quad (6)$$

де $\dot{E}_+ = \dot{E}_{00} - \mathbf{e}^T (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z})^*$.

Водночас схемний еквівалент Тевенена (див. рис. 6) забезпечує таку залежність комплексної потужності від вихідного струму

$$\tilde{S}_T(\hat{I}_0) = (\dot{E}_{ab} - \dot{V}) \hat{I}_0. \quad (7)$$

У режимі розриву вихідних затискачів первинного кола $\hat{I}_0 = 0$ і комплексна потужність первинного кола в цьому режимі визначається з (6) за виразом

$$\tilde{S}_p = \tilde{S}(\hat{I}_0 = 0) = \mathbf{e}^T (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e})^*, \quad (8)$$

тоді як у схемному еквіваленті Тевенена $\tilde{S}_T(\hat{I}_0 = 0) = 0$.

Для забезпечення комплексної потужності режиму розриву (8) від єдиного джерела \dot{E}_{ab} комплексний схемний еквівалент Тевенена має бути доповнений пасивним елементом, увімкненим паралельно цьому джерелу (аналогічно І. Барбі розташував додатковий резистор у запропонованому ним схемному еквіваленті кола постійного струму [6]). Величина комплексної провідності \bar{Y}_B цього елемента знаходиться з умови $\tilde{S}_p = \dot{E}_{ab} (\dot{E}_{ab} \bar{Y}_B)^* = E_{ab}^2 \bar{Y}_B^*$ у вигляді

$$\bar{Y}_B = \tilde{S}_p^* / E_{ab}^2 = [\mathbf{e}^T (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e})^*]^* / E_{ab}^2 = (\mathbf{e}^T)^* \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e} / E_{ab}^2. \quad (9)$$

У режимі замикання вихідних затискачів первинного кола $\dot{V} = 0$, струм зовнішнього контуру стає $\dot{I}_0 = \dot{I}_3 = \dot{E}_{ab} / \bar{z}_{ab}$, і з (6) та (8) отримуємо вираз для комплексної потужності режиму замикання

$$\tilde{S}_3 = \tilde{S}(\hat{I}_3) = \tilde{S}_p + \dot{E}_+ \hat{I}_3. \quad (10)$$

Водночас величина комплексної потужності режиму замикання у схемному еквіваленті Тевенена, доповненого аналогом елемента Барбі, визначається виразом

$$\tilde{S}_{TB}(\hat{I}_3) = \tilde{S}_p + \dot{E}_{ab} \hat{I}_3,$$

тобто відрізняється множителем за спряженого струму замикання. Із метою порівняння величин \dot{E}_+ та \dot{E}_{ab} знайдемо різницеву ЕРС

$$\dot{E}_\Delta = \dot{E}_+ - \dot{E}_{ab} = \mathbf{e}^T [(\mathbf{Z}^{-1})^T \mathbf{z} - (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z})^*] = \mathbf{e}^T \mathbf{w}. \quad (11)$$

Для електричних кіл синусоїдного струму з набором елементів, що розглядаються, матриця \mathbf{Z} симетрична відносно головної діагоналі, тому $(\mathbf{Z}^{-1})^T = \mathbf{Z}^{-1}$, і вираз у квадратній дужці (11) набуває вигляду

$$\mathbf{w} = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z} - (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z})^* = \mathbf{y} - \mathbf{y}^* = 2j \operatorname{Im}(\mathbf{y}),$$

де $\mathbf{y} = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z}$, за цієї умови $\operatorname{Im}(\mathbf{y}) \neq 0$ за наявності хоча б одного комплексного числа в цьому безрозмірному векторі. Отже, комплексна ЕРС \dot{E}_+ , що визначає залежність комплексної потужності первинного кола від струму зовнішнього контуру, відрізняється від комплексної ЕРС \dot{E}_{ab} еквівалентного генератора Тевенена. Для корекції цієї залежності пропонується доповнити схемний еквівалент Тевенена-Барбі залежним джерелом струму, керованим струмом (ЗДСКС) зовнішнього контуру (див. рис. 7) та увімкненим паралельно ідеальному джерелу напруги еквівалентного генератора, аналогічно тому, як це було зроблено в [10] під час побудови схемного еквівалента кола постійного струму, але з комплексним коефіцієнтом передачі \bar{k}_j , що задовольняє умову

$$\bar{k}_J^* = \frac{\dot{E}_+}{\dot{E}_{ab}} - 1 = \frac{\dot{E}_\Delta}{\dot{E}_{ab}} = \frac{2je^T \text{Im}(\mathbf{y})}{\dot{E}_{ab}}. \quad (12)$$

Комплексна потужність елементів внутрішніх контурів запропонованого схемного еквівалента (рис. 7) за довільного навантаження

$$\tilde{S}_{BH}(\hat{I}_0) = (\dot{E}_{ab} - \dot{V})\hat{I}_0 + \dot{E}_{ab}(\dot{E}_{ab}\bar{Y}_B)^* + \dot{E}_{ab}(\bar{k}_J\hat{I}_0)^* = \dot{E}_{ab}\hat{I}_0 - \dot{V}\hat{I}_0 + \tilde{S}_P + (\dot{E}_+ - \dot{E}_{ab})\hat{I}_0 = \tilde{S}_P + (\dot{E}_+ - \dot{V})\hat{I}_0$$

повністю відповідає рівнянню (6) первинного кола.

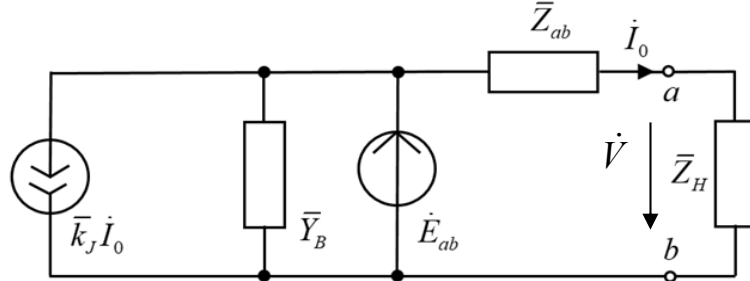


Рис. 7. Запропонований схемний еквівалент

Загальна комплексна потужність усього первинного кола з довільним лінійним навантаженням, що задається комплексним опором \bar{z}_H , так розподіляється між елементами запропонованого схемного еквівалента

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\bar{z}_H) &= \tilde{S}_{BH}(\hat{I}_0) + \dot{V}\hat{I}_0 = \tilde{S}_P + \dot{E}_+\hat{I}_0 = \tilde{S}_P + (\bar{k}_J^* + 1)\dot{E}_{ab}[\dot{E}_{ab}/(\bar{z}_H + \bar{z}_{ab})]^* = \\ &= E_{ab}^2\bar{Y}_T^* + E_{ab}^2\bar{Y}_B^* + \bar{k}_J^*E_{ab}^2\bar{Y}_T^* = \tilde{S}_T + \tilde{S}_B + \tilde{S}_J, \end{aligned} \quad (13)$$

де $\tilde{S}_T = E_{ab}^2\bar{Y}_T^* = E_{ab}^2/(\bar{z}_H + \bar{z}_{ab})^*$ є комплексною потужністю еквівалентного генератора Тевенена, навантаженого на опір навантаження \bar{z}_H ; $\tilde{S}_B = E_{ab}^2\bar{Y}_B^*$ є комплексною потужністю схемного елемента Барбі; $\tilde{S}_J = \bar{k}_J^*\tilde{S}_T$ є додатковою комплексною потужністю, що виникає через дію запропонованого ЗДСКС у схемному еквіваленті на рис. 7.

Відзначимо, що у визначенні складових комплексної потужності в (13) фігурує квадрат модуля ЕРС еквівалентного генератора, що може бути встановлений експериментально вимірюванням вихідної напруги первинного кола в режимі розриву. Так само за результатами вимірювання активних та реактивних потужностей первинного кола в дослідах розриву та замикання виділених затискачів та встановленою величиною \bar{z}_{ab} може бути розрахований комплексний коефіцієнт передачі за струмом ЗДСКС. Дійсно, у разі підставлення вираженого з (10) $\dot{E}_+ = (\tilde{S}_3 - \tilde{S}_P)/\hat{I}_3$ в (12) отримаємо

$$\bar{k}_J^* = \frac{\tilde{S}_3 - \tilde{S}_P}{\dot{E}_{ab}\hat{I}_3} - 1 = \frac{(\tilde{S}_3 - \tilde{S}_P)\bar{z}_{ab}^*}{E_{ab}^2} - 1. \quad (14)$$

Аналітична ідентифікація параметрів двополюсної схеми заміщення електричного кола синусоїдного струму, еквівалентної за комплексною потужністю.

Сукупність комплексних параметрів \dot{E}_{ab} ; \bar{z}_{ab} ; \bar{y}_B ; \bar{k}_J запропонованого схемного еквівалента також повністю визначається аналітично за формулами (5), (9), (12). Проілюструємо застосування отриманих формул на прикладі первинного кола, зображеного на рис. 1, із визначеними раніше ZE-параметрами. Розраховуємо допоміжні комплексні величини

$$\mathbf{Z}^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{1}{45} + j\frac{1}{90} & \frac{1}{100} + j\frac{1}{75} \\ \frac{1}{100} + j\frac{1}{75} & \frac{3}{250} + j\frac{2}{125} \end{vmatrix}; \mathbf{y} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{z} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{5} - j\frac{4}{15} \\ -\frac{6}{25} - j\frac{8}{25} \end{vmatrix}.$$

За формулою (5) визначаємо комплексні параметри схемного еквівалента Тевенена

$$\bar{z}_{ab} = \bar{z}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z} = \bar{z}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{y} = 20 + j17,8 - \frac{24}{5} - j \frac{32}{5} = 15,2 + j11,4;$$

$$\dot{E}_{ab} = \dot{E}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e} = -\mathbf{y}^T \mathbf{e} = 24 + j32 = 40e^{j \arctg(4/3)} = 40 \angle 53,13^\circ.$$

Комплексний струм замикання та його модуль

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_{ab}}{\bar{z}_{ab}} = \frac{24 + j32}{15,2 + j11,4} = \frac{8(24 + j7)}{95}; I_3 = \frac{8 \times \sqrt{24^2 + 7^2}}{95} = \frac{40}{19} = 2,105263.$$

Комплексна потужність та коефіцієнт потужності первинного кола в режимі розриву

$$\tilde{S}_p = \mathbf{e}^T (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e})^* = 120^2 \times \left(\frac{1}{45} + j \frac{1}{90} \right)^* = 320 - j160 = P_p + jQ_p;$$

$$\cos \varphi_p = 1 / \sqrt{1 + (-160/320)^2} = 0,89442719.$$

Результати моделювання на рис. 3 повністю підтверджують розраховані величини в режимі розриву.

Комплексну провідність елемента Барбі визначаємо за (9)

$$\bar{Y}_B = \frac{\tilde{S}_p^*}{E_{ab}^2} = \frac{320 + j160}{1600} = \frac{1}{5} + j \frac{1}{10}.$$

Комплексно спряжене значення коефіцієнта передачі за струмом ЗДСКС визначаємо відповідно до (12)

$$\bar{k}_J^* = \frac{2j \mathbf{e}^T \text{Im}(\mathbf{y})}{\dot{E}_{ab}} = -\frac{2j \times 120 \times 4}{15(24 + j32)} = -\frac{32}{25} - j \frac{24}{25}.$$

Комплексна потужність замикання та коефіцієнт потужності в цьому режимі

$$\tilde{S}_3 = E_{ab}^2 \bar{Y}_B^* + E_{ab}^2 (\bar{k}_J^* + 1) / \bar{z}_{ab}^* = 1600 \left(\frac{1}{5} - j \frac{1}{10} - \frac{7 + j24}{25 \times 3,8 \times (4 - j3)} \right) = 349,6421 - 238,821j;$$

$$\cos \varphi_3 = 1 / \sqrt{1 + (-238/349)^2} = 0,825755833$$

повністю підтверджуються експериментом на рис. 4.

За схемним еквівалентом, зображеним на рис. 7, та його встановленими комплексними параметрами можна прогнозувати комплексну потужність первинного кола для довільного навантаження, що задається комплексним опором \bar{z}_H . Використовуючи (13), отримуємо шукану комплексну функціональну залежність

$$\tilde{S}(\bar{z}_H) = E_{ab}^2 [\bar{Y}_B^* + (\bar{k}_J^* + 1) / (\bar{z}_H + \bar{z}_{ab})^*]. \quad (15)$$

Наприклад, для комплексного опору навантаження $\bar{z}_H = 4,8 + j3,6$ з індуктивністю $L_H = 3,6 / 100\pi = 0,0114591559$ у схемі на рис. 1 за формулою (15)

$$\tilde{S}(4,8 + j3,6) = 320 - j160 - \frac{1600 \times (7 + j24)}{25 \times (20 - j15)} = 342,528 - j219,904; \cos \varphi = 0,8415.$$

На рис. 8 відображено результати моделювання зазначеного кола з обраним навантаженням, які повністю підтверджують розраховані енергетичні характеристики.

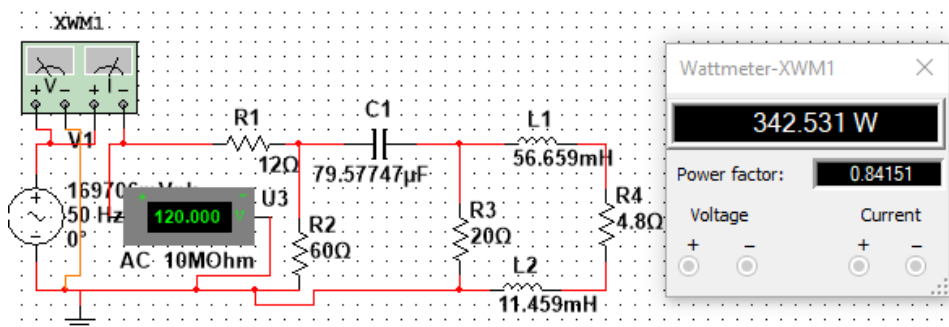


Рис. 8. Результати вимірювання характеристик кола з обраним навантаженням

Висновки. Установлено, що двополюсний комплексний схемний еквівалент Тевенена забезпечує комплексну вольт-амперну характеристику первинного кола синусоїдного струму на виділених затискачах, але неадекватно відтворює такі його енергетичні характеристики, як активна та реактивна потужності, коефіцієнт потужності, тощо.

Запропоновано нову двополюсну комплексну заступну схему лінійного електричного кола синусоїдного струму, утвореного незалежними джерелами напруги та пасивними R, L, C елементами, що еквівалентна первинному колу за комплексною потужністю для довільного навантаження, приєднаного до виділених затискачів.

Обґрунтовано аналітичні співвідношення для методики розрахунку комплексних параметрів $\dot{E}_{ab}; \bar{z}_{ab}; \bar{y}_B; \bar{k}_J$ елементів нової двополюсної комплексної заступної схеми за комплексними ZE -параметрами первинного кола в базисі контурних струмів.

Результати моделювання лінійних електричних кіл синусоїдного струму в часовій області повністю підтвердили адекватність структури нової двополюсної комплексної заступної схеми та аналітичної методики визначення її параметрів у відтворенні енергетичних характеристик первинного кола в режимах розриву та замикання виділених затискачів, а також для конкретного навантаження.

Фінансується за держбюджетною темою «Дослідження методів підвищення ефективності систем електроживлення з джерелами розосередженої генерації шляхом розроблення нових способів побудови та керування напівпровідниковими компенсаторами збурень і неактивних складових потужності» (шифр «АДАПТЕР-2»), що виконується за Постановою Бюро ВЕЕТ НАН України від 10.07.2024 р. Протокол № 3. Державний реєстраційний номер роботи 0125U000014. КПКВК 6541030.

1. Бойко В.С., Бойко В.В., Видолоб Ю.Ф. та ін. Теоретичні основи електротехніки: Т. 1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004, 272 с.
2. Коваль Ю.О., Гринченко Л.В., Милютченко І.О., Рибін О.І. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1. За заг. редакцією В.М. Шокало та В.І. Правди. Х.: Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
3. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku. Fundamentals of electric circuits. 7th ed. McGraw-Hill, New York, 2020, 992 p.
4. Thévenin L. Sur un Nouveaux Théoreme d'Electricité Dynamique. *Comptes Rendus des Séances de l'Academie des Sciences*. T.Tome, Ed. Paris, France. Académie des Sciences. 1883. Vol.97. Pp. 159–161.
5. Norton E.L. Design of finite networks for uniform frequency characteristics. Bell Laboratories, Tech. Rep, TM26-0-1860. 1926.
6. Barbi I. Power conservative equivalent circuit for DC networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 113667–113674. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3004026>
7. Corradini L. General Power-Equivalent Synthesis of Resistive DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 160711–160722. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3020652/>
8. Barbi I. Unified Power Conservative Equivalent Circuit for DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 178230–178237. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3027489>
9. Heminio Martinez-Garcia and Encarna Garcia-Vilchez. Power-Based Equivalent-Modeling Circuit for DC Linear Time-Invariant Resistive One-Port Networks. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 23326–23334. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3057435>
10. Артеменко М.Ю., Петров Д.О., Кутафін Ю.В. Двополюсна схема заміщення електричного кола постійного струму з залежними джерелами напруги, еквівалентна за потужністю. *Visnyk NTUU KPI Seriya. Radiotekhnika Radioaparobuduvannia*. 2021. Iss. 67. Pp. 5–13. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.85.5-13>
11. Артеменко М.Ю., Чопик В.В., Шаповал І.А., Поліщук С.Й., Бойцов Д.Д. Застосування схемного еквівалента Тевенена-Барбі для оптимізації енергетичних характеристик електричних кіл постійного струму. *Вісті вищих учбових закладів. Радіоелектроніка*. 2024. No 67(9). Pp. 554–564. DOI: <https://goi.org/10.20535/S0021347024100030>
12. Nilsson J. W. and Riedel S. A. , Electric Circuits, 12th ed. Boston, MA, USA: Pearson, 2023.
13. Jereminov M., Pandey A. and Pileggi L. Equivalent Circuit Formulation for Solving AC Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2019. Vol. 34. No. 3. Pp. 2354–2365. DOI: <https://goi.org/10.1109/TPWRS.2018.2888907>
14. James M. Fiore. AC Electrical Circuit Analysis: A Practical Approach. Open Textbook Library Version 1.1.13, 02 October 2025. ISBN13: 979-8605022282 [URL:https://open.umn.edu/opentextbooks/textbooks/883](https://open.umn.edu/opentextbooks/textbooks/883)

ONE-PORT COMPLEX POWER CONSERVATIVE EQUIVALENT CIRCUIT OF LINEAR AC ELECTRICAL NETWORK

M.Yu. Artemenko¹, Yu.V. Kutafin², I.A. Shapoval³, V.M. Mykhalskyi³, V.V. Chopyk³, S.Y. Polishchuk³

1 – National Technical University of Ukraine Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Beresteyskiy ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine

2 – Academy of Labour, Social Relations and Tourism, Kiltseva Road, 3-A, Kyiv, 03187, Ukraine

3 – Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Beresteyskiy ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine

e-mail: artemenko_m_ju@ukr.net

It has been established that the complex Thevenin's circuit equivalent does not adequately reproduce such energy characteristics of the AC primary circuit as active power and power factor. A new one-port equivalent circuit of linear AC electrical network is proposed, which is equivalent to the primary network in terms of complex power and reproduces its complex volt-ampere characteristic on a pair of selected terminals. Analytical relationships are justified for the element parameter calculating of the proposed equivalent circuit based on the complex ZE parameters of the primary network in terms of contour currents. The results of linear AC electric network modeling in the time domain fully confirmed the adequacy of the new complex power conservative equivalent circuit structure and the analytical method for determining its parameters in reproducing the energy characteristics of the primary network in the open and closed modes of the selected terminals, as well as for a specific load. Ref. 14., fig. 8.

Keywords: one-port circuit equivalent of Thevenin-Barbi, AC electrical circuit, complex equivalent circuit, complex power equivalence.

1. Boiko V.S., Boiko V.V., Vidolob Yu.F. et al. Theoretical Foundations of Electrical Engineering: Vol. 1. Steady States of Linear Electrical Circuits with Concentrated Parameters. Kyiv: IVC Publishing House Polytechnika, 2004, 272 p. (Ukr)
2. Koval Yu.O., Grinchenko L.V., Milyutchenko I.O., Rybin O.I. Fundamentals of Circuit Theory: Textbook for Students of Higher Educational Institutions. Part 1. Edited by V.M. Shokalo and V.I. Pravda. Kharkiv: CMIT Company, 2008. 432 p. (Ukr)
3. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku. Fundamentals of electric circuits. 7th ed. McGraw-Hill, New York, 2020, 992 p.
4. Thévenin L. Sur un Nouveaux Théoreme d'Electricité Dynamique. *Comptes Rendus des Séances de l'Academie des Sciences*. T.Tome, Ed. Paris, France. Académie des Sciences. 1883. Vol. 97. Pp. 159–161.
5. Norton E.L. Design of finite networks for uniform frequency characteristics. Bell Laboratories, Tech. Rep, TM26-0-1860, 1926.
6. Barbi I. Power conservative equivalent circuit for DC networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 113667–113674. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3004026>
7. Corradini L. General Power-Equivalent Synthesis of Resistive DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 160711–160722. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3020652/>
8. Barbi I. Unified Power Conservative Equivalent Circuit for DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 178230–178237. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3027489>
9. Herminio Martinez-Garcia and Encarna Garcia-Vilchez. Power-Based Equivalent-Modeling Circuit for DC Linear Time-Invariant Resistive One-Port Networks. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 23326–23334. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3057435>
10. Artemenko M.Yu., Petrov D.O., Kutafin Yu.V. One-Port Power Conservative Equivalent Circuit of DC Network with Dependent Voltage Sources. *Visnyk NTUU KPI Serii Radiotekhnika Radioaparaturbuduvannia*, 2021. Iss. 67. Pp. 5–13. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.85.5-13> (Ukr)
11. Artemenko M.Yu., Chopyk V.V., Shapoval I.A., Polishchuk S.Y., Boitsov D.D. Application of the Thevenin-Barbi circuit equivalent for optimizing the energy characteristics of DC electrical networks. *Visti vyshchykh uchbovykh zakladiv. Radioelektronika*. 2024. No 67(9). Pp. 554–564. DOI: <https://doi.org/10.20535/S0021347024100030> (Ukr)
12. Nilsson J. W. and Riedel S. A. Electric Circuits, 12th ed. Boston, MA, USA: Pearson, 2023.
13. Jereminov M. Pandey A. and Pileggi L. Equivalent Circuit Formulation for Solving AC Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2019. Vol. 34. No. 3. Pp. 2354–2365. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2018.2888907>
14. James M. Fiore. AC Electrical Circuit Analysis: A Practical Approach. Open Textbook Library Version 1.1.13, 2 October 2025. ISBN13: 979-8605022282 URL: <https://open.umn.edu/opentextbooks/textbooks/883>

Надійшла: 02.12.2025

Прийнята: 14.12.2025

Submitted: 02.12.2025

Accepted: 14.12.2025