

## ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА СИСТЕМИ

УДК 681.5:52

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.74.068>

### РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ВЕКТОРНОГО КЕРУВАННЯ АСИНХРОННИМИ ДВИГУНАМИ НА ОСНОВІ ДЕКОМПОЗИЦІЇ «МЕХАНІЧНА – ЕЛЕКТРИЧНА ПІДСИСТЕМИ»

**С.М. Пересада**<sup>\*</sup>, докт. техн. наук, **С.О. Строевий**<sup>\*\*</sup>, асп., **В.В. Щербаченко**<sup>\*\*\*</sup>, асп.  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,  
пр. Берестейський, 37, Київ-56, 03056, Україна  
e-mail: [Peresada.Sergiy@iill.kpi.ua](mailto:Peresada.Sergiy@iill.kpi.ua), [stroievyy.serhiy@iill.kpi.ua](mailto:stroievyy.serhiy@iill.kpi.ua), [shcherbachenko.vladyslav@iill.kpi.ua](mailto:shcherbachenko.vladyslav@iill.kpi.ua)

*Теорія векторного керування асинхронними двигунами, що сформувалася на початку 2000-х, базується на фундаментальній властивості методу полеорієнтування, який полягає в декомпозиції вихідної моделі двигуна за рахунок керування на дві квазірозв'язані підсистеми: електромеханічну і електромагнітну. Перша забезпечує керування механічними координатами, а друга вектором потокозчеплення ротора (статора) для полеорієнтування і формування його модуля. Така декомпозиція де-факто є стандартною як для непрямого, так і прямого векторного керування, оскільки алгоритм керування при цьому найбільш простий, а також прозорий з точки зору фізики роботи електричної машини. Водночас механізм формування декомпозиції передбачає компенсацію внутрішніх зворотних зв'язків моделі асинхронного двигуна, що негативно впливає на властивості робастності системи керування до параметричних і координатних збурень. Альтернативним розглядається енергетичний напрям, який базується на тому, що електрична частина асинхронної машини є натуральною асимптотично стійкою, тобто пасивною, і відповідно має функцію Ляпунова, за допомогою якої доводиться стійкість. Враховуючи цю властивість, в роботі представлено доступний з інженерної точки зору шлях синтезу системи векторного керування моментом і вектором потокозчеплення асинхронного двигуна на основі другого методу Ляпунова, який безпосередньо використовує натуральну декомпозицію у вигляді «механічна – електрична підсистеми». Дві нові форми функцій Ляпунова знайдено для конструювання керувань з орієнтацією за вектором потокозчеплення ротора і статора. Синтезовані системи керування забезпечують асимптотичне відпрацювання заданих траєкторій моменту і модуля вектора потокозчеплення, мають фізично обґрунтовану структуру, оскільки зберігають структуру моделі асинхронного двигуна. Бібл. 19.*

**Ключові слова:** асинхронний двигун, векторне полеорієнтоване керування, теорія Ляпунова, стійкість системи.

**Вступ.** Системи векторного полеорієнтованого керування де-факто є промисловим стандартом сучасних асинхронних електроприводів. Починаючи з винайдення векторного керування, застосовуються два методи полеорієнтування: пряме (DFOC – Direct Field Oriented Control) та непряме (IFOC – Indirect Field Oriented Control). Оскільки математична модель асинхронних двигунів (АД) є нелінійною і багатовимірною, то керування ними набагато складніше, ніж для двигунів постійного струму та синхронних двигунів зі збудженням від постійних магнітів. Піонерські рішення [1], [1] ґрунтувалися на фундаментальній властивості методу полеорієнтування, який за рахунок полеорієнтованого керування забезпечує формування квазірозв'язаних електромеханічної і електромагнітної підсистем. Така декомпозиція має властивості двох зв'язаних нелінійних підсистем з білінійними нелінійностями і тому дозволяє спрощений розгляд у вигляді лінійної апроксимації. Перші промислові рішення базувалися саме на цій концепції. Узагальнення основ векторного керування представлено у першому виданні [3].

Починаючи з 1990-х років, було представлено строге теоретичне обґрунтування методів векторного полеорієнтованого керування, яке базується на сучасній теорії нелінійного керування [4], [5], що сформувалась до цього часу і стала доступною для інженерного співтовариства. Головною методологічною основою сучасної теорії нелінійних систем є другий метод Ляпунова у сучасній трактовці, який було успішно застосовано до синтезу алгоритмів



векторного керування АД, що дозволило не тільки теоретично обґрунтувати їхню структуру, але і отримати рішення з підвищеними динамічними властивостями і робастністю до параметричних збурень, створити основу для розробки адаптивних систем, алгоритмів ідентифікації і оцінювання невимірюваних змінних [6–8].

Рішення [6], [7] базуються на використанні класичної декомпозиції вихідної моделі АД на електромеханічну та електромагнітну підсистеми і гарантують глобальне асимптотичне експоненційне відпрацювання заданих траєкторій механічних координат і модуля вектора потокозчеплення ротора, їхню динамічну розв'язку і асимптотичну лінеаризацію підсистеми моменту (швидкості, положення) і потокозчеплення. У роботі [6] представлено синтез на основі глобальної функції Ляпунова, що призводить до складної структури алгоритму керування. Декомпозиційний підхід запропоновано у [7] з використанням локальних простих функцій Ляпунова, результуючий алгоритм керування більш простий, а також робастний до варіації активного опору роторного кола, забезпечуючи завдяки цьому покращену ефективність процесу електромеханічного перетворення енергії. Аналіз методів нелінійного керування надано в [8]. Альтернативна концепція, запропонована в [9], [10], безпосередньо використовує вихідну модель АД у вигляді натуральної декомпозиції «механічна – електрична підсистеми» і базується на енергетичному розгляді процесів керування, яка отримала назву керування за принципом пасивності (passivity based control). Властивість пасивності для конструювання алгоритмів керування завжди передбачає існування функції Ляпунова, хоча, можливо, і не в явному вигляді. Подальший розвиток теорії векторного керування АД в основному базується на використанні цих двох напрямів забезпечення полеорієнтування для адаптації [11], систем генерації [12], оптимізації [13], керування іншими типами електричних машин змінного струму [14], робастифікації алгоритмів [15–19].

Велика кількість досліджень, як теоретично, так і технічно орієнтованих співтовариств сформували сучасну теорію векторного керування АД, комерційні рішення векторно керованих електроприводів задовольняють вимоги більшості технологічних застосувань. В той же час в останні роки відновився інтерес до електротехнічних систем на базі асинхронних машин, оскільки вони не використовують рідкоземельні постійні магніти, які мають дуже обмежене природне розповсюдження і регульовану ринкову доступність, завдяки чому постійно зростають ціни.

**Метою роботи** є представлення подальшого розвитку концепції векторного полеорієнтованого керування АД, яка базується на натуральній декомпозиції системи на «механічну – електричну підсистеми», може вважатися більш загальною по відношенню до традиційної полеорієнтованої у вигляді «електромеханічна – електромагнітна» і може застосовуватись для всіх типів електричних машин.

#### Синтез за другим методом Ляпунова для натурально стійких об'єктів керування

Розглянемо лінійну неавтономну систему з частково вимірювальним вектором стану

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x},\end{aligned}\tag{1}$$

де  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^q$  – вектор вимірюваних змінних,  $m < n$ ,  $\mathbf{A}(t)$  – стійка матриця Гурвіца, яка задовольняє рішення рівняння Ляпунова.

Визначимо вектор заданих змінних  $\mathbf{x}^*$ , так що  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$  – вектор похибок відпрацювання; вектори регульованих змінних  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{h}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{y}_1 \in \mathbb{R}^r$ ,  $r \leq n$  і завдань для регульованих змінних  $\mathbf{y}_1^*$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_1^*$ . Нехай вектор-функція виходу може бути інвертована у вигляді  $\mathbf{x}^* = \mathbf{h}^{-1}(\mathbf{y}_1^*)$  і є функцією не виродженою, а також диференційованою і задовольняє умови  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{y}}_1 = 0$  якщо  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{x}} = 0$ .

Рівняння похибок відпрацювання для об'єкту (1) запропоновано представити у формі

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}(t)\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{A}(t)\mathbf{x}^* + \mathbf{B}\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}}^*,\tag{2}$$

де  $\dot{\mathbf{x}}^*$  розраховується з функції інверсії  $\mathbf{x}^* = \mathbf{h}^{-1}(\mathbf{y}_1^*)$ .

Припустимо, що система алгебраїчних рівнянь

$$\dot{\mathbf{x}}^* - \mathbf{A}(t)\mathbf{x}^* - \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}(t)\mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}} = 0, \quad (3)$$

має розв'язок відносно вектора керуючих дій  $\mathbf{u}$  з матрицею коригувальних зворотних зв'язків  $\mathbf{G}(t)$  такою, що результуюча замкнена система (2) в силу рішень (3) описується рівнянням  $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{C})\tilde{\mathbf{x}} \triangleq \mathbf{A}_1(t)\tilde{\mathbf{x}}$  з матрицею  $\mathbf{A}_1(t)$ , що задовольняє розв'язкам рівняння Ляпунова. Оскільки з умови  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{x}} = 0$  слідує  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{y}}_1 = 0$ , то цілі керування регульованими змінними досягаються.

У загальному випадку  $m \leq n$ , тому для знаходження розв'язків відповідно до методу, що розглядається, необхідно задати  $(n - m)$  співвідношень, які встановлюють взаємозв'язок між проміжними координатами.

#### Математична модель АД, формування проблеми полеорієнтованого керування

Еквівалентна двофазна модель асинхронного двигуна за умови лінійних магнітних контурів, представлена в синхронній системі координат, має вигляд [8]

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= (T - T_L)/J, T = \mu_1(\psi_d i_q - \psi_q i_d), \\ \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(\omega, \omega_0)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \\ \dot{\varepsilon}_0 &= \omega_0, \varepsilon_0(0) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\mathbf{x} = (\psi_d, \psi_q, i_d, i_q)^T$  – вектор стану електричної підсистеми;  $\mathbf{u} = (u_d, u_q)^T$  – вектор напруг статора;  $(\psi_d, \psi_q)^T$ ,  $(i_d, i_q)^T$  – вектори потокозчеплення ротора і струмів статора;  $\omega$ ,  $\omega_0$  – кутова швидкість ротора та синхронна швидкість поля АД;  $\mathbf{y} = (i_d, i_q)^T$  – вектор вимірюваних змінних;  $T$  – електромагнітний момент;  $T_L$  – момент навантаження;  $\varepsilon_0$  – кутове положення системи координат  $(d - q)$  відносно системи координат статора  $(a - b)$ . Електрична підсистема  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\omega, \omega_0)\mathbf{x}$  в (4) є асимптотично стійкою [9],[10]; матриці  $\mathbf{A}(\omega, \omega_0)$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  дорівнюють

$$\mathbf{A}(\omega, \omega_0) = \begin{pmatrix} -\alpha & (\omega_0 - \omega) & \alpha L_m & 0 \\ -(\omega_0 - \omega) & -\alpha & 0 & \alpha L_m \\ \alpha\beta & \beta\omega & -\gamma & \omega_0 \\ -\beta\omega & \alpha\beta & -\omega_0 & -\gamma \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/\sigma & 0 \\ 0 & 1/\sigma \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \text{diag}(0, 0, 1, 1). \quad (5)$$

Додатні константи в (5), які залежать від параметрів асинхронного двигуна, визначено наступним чином

$$\alpha = \frac{R_2}{L_2}, \beta = \frac{L_m}{L_2\sigma}, \mu_1 = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_2}, \gamma = \frac{R_1}{\sigma} + \alpha L_m\beta, \sigma = L_1 \left( 1 - \frac{L_m^2}{L_1 L_2} \right), \quad (6)$$

де  $(R_1, R_2)$ ,  $(L_1, L_2)$  – активні опори та індуктивності статора та ротора,  $L_m$  – індуктивність контуру намагнічування,  $J$  – момент інерції. Без втрати загальності припускається одна пара полюсів.

Задача векторного керування асинхронними двигунами полягає у відпрацюванні модуля вектора потокозчеплення ротора та електромагнітного моменту, що відбувається за допомогою вектора напруг статора та на основі інформації про вектор вимірюваних змінних  $\mathbf{y}$

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2} \\ \mu_1(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} |\psi| \\ T \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Вектор заданих траєкторій зміни модуля вектора потокозчеплення та моменту визначимо наступним чином  $\mathbf{y}_1^* = (\psi^*, T^*)^T$ , тоді вектор похибок відпрацювання буде

$$\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_1^* \triangleq (\tilde{\psi}, \tilde{T})^T. \quad (8)$$

Для досягнення умови полеорієнтування  $\psi_q = 0$  вектор заданих траєкторій для  $\mathbf{x} = (\psi_d, \psi_q, i_d, i_q)^T$  визначається як  $\mathbf{x}^* = (\psi^*, 0, i_d^*, i_q^*)^T$ , тоді вектор похибок відпрацювання буде

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^* = (\tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q, \tilde{i}_d, \tilde{i}_q)^T. \quad (9)$$

Задача відпрацювання моменту та потокозчеплення формуються за умови наступних припущень:

- a1) параметри динамічної моделі АД (4), (5) відомі та постійні;
- a2) кутова швидкість  $\omega$  є обмеженою;
- a3) задані траєкторії потокозчеплення та моменту  $\psi^* > 0$ ,  $T^*$  обмежені та мають обмежені похідні  $\dot{\psi}^*$ ,  $\dot{\psi}^*$ ,  $\dot{T}^*$ .

При виконанні цих припущень необхідно синтезувати регулятор відпрацювання заданих траєкторій  $\mathbf{y}_1^* = (\psi^*, T^*)^T$ , який гарантує досягнення наступних цілей керування:

- c1) глобальне відпрацювання моменту та потокозчеплення  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{T} = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi} = 0$ ;
- c2) асимптотичне розв'язання процесів керування вихідними координатами;
- c3) асимптотичне полеорієнтування  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi}_q = 0$ .

Враховуючи, що електрична підсистема АД в (4) є натурально асимптотично експоненційно стійкою, то застосування методу синтезу, який розглянуто в (1) – (3), дозволяє синтезувати алгоритми непрямого векторного керування в умовах полеорієнтування для декомпозиції системи на механічну та електричну підсистеми. Для цього необхідно знайти рішення системи рівнянь (3), які задовольняють розв'язкам рівняння Ляпунова  $\mathbf{A}_1^T(t)\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_1(t) = -\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{A}_1(t) = (\mathbf{A}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{C})$ ,  $\mathbf{P}^T = \mathbf{P} > 0$ ,  $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q} > 0$ , де матриці  $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}(\omega, \omega_0)$  та  $\mathbf{C}$  визначені в (5), а знаходження матриць  $\mathbf{G}(t)$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{P}$  є задачею синтезу на основі функції Ляпунова  $V = \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}} > 0$ .

**Синтез непрямого полеорієнтованого керування моментом і модулем потокозчеплення**

*Орієнтація за вектором потокозчеплення ротора.* Рівняння динаміки похибок відпрацювання струмів і потокозчеплень в електричній підсистемі запишуться з рівнянь (4) та (5) у вигляді

$$\dot{\tilde{\psi}} = -(\alpha \mathbf{I} + (\omega_0 - \omega) \mathbf{J}) \tilde{\psi} + \alpha L_m \tilde{\mathbf{i}} - (\alpha \mathbf{I} + (\omega_0 - \omega) \mathbf{J}) \psi^* + \alpha L_m \mathbf{i}^* - \dot{\psi}^*, \quad (10)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{i}}} = -(\gamma \mathbf{I} + \omega_0 \mathbf{J}) \tilde{\mathbf{i}} + (\alpha \beta \mathbf{I} - \beta \omega \mathbf{J}) \tilde{\psi} - (\gamma \mathbf{I} + \omega_0 \mathbf{J}) \mathbf{i}^* + (\alpha \beta \mathbf{I} - \beta \omega \mathbf{J}) \psi^* - \dot{\mathbf{i}}^* + \frac{1}{\sigma} \mathbf{u}, \quad (11)$$

$$\text{де } \tilde{\psi} = (\tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q)^T, \quad \tilde{\mathbf{i}} = (\tilde{i}_d, \tilde{i}_q)^T, \quad \psi^* = (\psi^*, 0)^T, \quad \mathbf{i}^* = (i_d^*, i_q^*)^T, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

З рівняння (10) сформуємо регулятор модуля вектора потокозчеплення ротора у вигляді

$$\begin{aligned} i_d^* &= (\alpha \psi^* + \dot{\psi}^*) / \alpha L_m, \\ \dot{\varepsilon}_0 &= \omega_0 = \omega + \alpha L_m i_q^* / \psi^*. \end{aligned} \quad (12)$$

З рівняння для моменту  $T = \mu_1 (\psi_d i_q - \psi_q i_d)$  знаходиться вираз для розімкненого регулятора моменту за умови ідеального полеорієнтування  $\psi_q = 0$

$$i_q^* = T^* / (\mu_1 \psi^*). \quad (13)$$

Відпрацювання заданих траєкторій струмів статора з (11) забезпечується наступними регуляторами струмів:

$$\mathbf{u} = \sigma \left( (\gamma \mathbf{I} + \omega_0 \mathbf{J}) \mathbf{i}^* - (\alpha \beta \mathbf{I} - \beta \omega \mathbf{J}) \psi^* + \dot{\mathbf{i}}^* - k_i \tilde{\mathbf{i}} + \mathbf{v}_i \right), \quad (14)$$

де  $k_i > 0$  коефіцієнти пропорційних складових регуляторів струму,  $\mathbf{v}_i = (v_{id}, v_{iq})^T$  – додаткові коригуючі зворотні зв'язки для формування динаміки контурів регулювання струмів.

Результуючі рівняння динаміки похибок відпрацювання поточкозчеплень і струмів з рівнянь (10), (11) з керуваннями (12) – (14) набувають загального вигляду

$$\dot{\tilde{\Psi}} = -(\alpha \mathbf{I} + (\omega_0 - \omega) \mathbf{J}) \tilde{\Psi} + \alpha L_m \tilde{\mathbf{i}}, \quad (15)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{i}}} = -((\gamma + k_i) \mathbf{I} + \omega_0 \mathbf{J}) \tilde{\mathbf{i}} + (\alpha \beta \mathbf{I} - \beta \omega \mathbf{J}) \tilde{\Psi}. \quad (16)$$

Для дослідження стійкості системи (15), (16) розглянемо функцію Ляпунова

$$V = \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}} > 0 \quad (17)$$

з матрицею  $\mathbf{P}^T = \mathbf{P} > 0$ , яка дорівнює

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & \varepsilon/\beta & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 & \varepsilon/\beta \end{pmatrix}, \quad (18)$$

за умови  $1/\beta > \varepsilon > 0$ .

Похідна від  $V$  в силу рішень (15), (16) має вигляд

$$\dot{V} = -\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}} = -\frac{\varepsilon}{\beta} \left( \frac{R_1}{\sigma} + k_i \right) \tilde{\mathbf{i}}^2 - \alpha (1 - \varepsilon \beta) \tilde{\Psi}^2 < 0, \quad (19)$$

за умови  $\mathbf{v}_i = 0$ ,  $\varepsilon = \alpha L_m / \left( \frac{R_1}{\sigma} + \alpha L_m \beta + k_i \right)$ .

З результату (18) – (19), слідує, що положення рівноваги  $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{\Psi}_d, \tilde{\Psi}_q, \tilde{\mathbf{i}}_d, \tilde{\mathbf{i}}_q)^T = 0$  є глобально експоненціально стійким, тобто

$$\|\tilde{\mathbf{x}}(t)\| \leq c_1 \|\tilde{\mathbf{x}}(0)\| e^{-c_2 t}, (c_1, c_2) > 0, \quad (20)$$

тому цілі векторного керування c1) – c3) досягаються. Умови  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\Psi}_q = 0$  та  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\Psi} = 0$  безпосередньо слідує з  $(\tilde{\Psi}_d, \tilde{\Psi}_q)^T = 0$ , а умова  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{T}} = 0$  з розгляду виразу  $\tilde{\mathbf{T}} = \mu_1 \left( \Psi^* \tilde{\mathbf{i}}_q + \tilde{\Psi}_d (\mathbf{i}_q^* + \tilde{\mathbf{i}}_q) \mathbf{i}_q^* - \tilde{\Psi}_q (\mathbf{i}_d^* + \tilde{\mathbf{i}}_d) \right)$ . Необхідно відмітити, що структура рівнянь (15), (16) зберігає фізично існуючу структуру АД.

Відмітимо, що властивість (20) забезпечується і для розімкненого керування за струмами статора, коли  $k_i = 0$ , при цьому стійкість визначається натуральними властивостями стійкості електричної підсистеми АД.

*Зауваження.* Структура рівнянь динаміки похибок (15), (16) така, що дозволяє доповнити алгоритм регулювання струмів (14) інтегральними компонентами у вигляді  $\mathbf{v}_i = (x_d, x_q)^T$ ,  $\dot{x}_d = -k_{ii} \tilde{\mathbf{i}}_d$ ,  $\dot{x}_q = -k_{ii} \tilde{\mathbf{i}}_q$ , де  $k_{ii} > 0$  – коефіцієнт інтегральної складової регуляторів струму. Властивість асимптотичної стійкості при цьому зберігається так, що  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left( \tilde{\mathbf{x}}^T, (x_d, x_q)^T \right)^T = 0$ .

Структурна схема алгоритму керування (12) – (14) схожа з типовою для IFOC з орієнтацією за вектором поточкозчеплення ротора, яку наведено в [7].

*Орієнтація за вектором поточкозчеплення статора.* Математична модель АД, яка представлена у термінах поточкозчеплень і струмів статора, отримується з (4) та (5) за допомогою лінійного перетворення

$$\mathbf{z} = \mathbf{i} + \beta \Psi, \quad (21)$$

в силу якого рівняння моменту набуває вигляду

$$\mathbf{T} = \mu_1 (\mathbf{z}_d \mathbf{i}_q - \mathbf{z}_q \mathbf{i}_d), \quad (22)$$

а структура (1) формується з  $\mathbf{x} = (\mathbf{z}_d, \mathbf{z}_q, \mathbf{i}_d, \mathbf{i}_q)^T$ ,  $\mathbf{y} = (\mathbf{i}_d, \mathbf{i}_q)^T$ ,  $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_d, \mathbf{u}_q)^T$ ,

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \omega_0 & -R_1 / \sigma & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 & R_1 / \sigma \\ \alpha & \omega & -(\gamma + \alpha) & \omega_2 \\ -\omega & \alpha & -\omega_2 & -(\gamma + \alpha) \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 / \sigma & 0 \\ 0 & 1 / \sigma \\ 1 / \sigma & 0 \\ 0 & 1 / \sigma \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \text{diag}(0, 0, 1, 1), \omega_2 = \omega_0 - \omega, \quad (23)$$

де  $\mu_1 = 1.5\sigma$ ,  $\mathbf{z} = (\mathbf{z}_d, \mathbf{z}_q)^T = (\sigma\psi_d, \sigma\psi_q)^T$  – масштабований вектор потокозчеплення статора.

Відповідно до задачі полеорієнтованого відпрацювання моменту і потокозчеплення статора визначимо:  $\mathbf{x}^* = (\mathbf{z}^*, 0, \mathbf{i}_d^*, \mathbf{i}_q^*)^T$ ,  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^* = (\tilde{\mathbf{z}}_d, \tilde{\mathbf{z}}_q, \tilde{\mathbf{i}}_d, \tilde{\mathbf{i}}_q)^T$ ,  $\mathbf{y}_1 = (\mathbf{T}, |\mathbf{z}|)^T$ ,  $\mathbf{y}_1^* = (\mathbf{T}^*, \mathbf{z}^*)^T$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_1^* = (\tilde{\mathbf{T}}, \tilde{\mathbf{z}})^T$ .

Для подальшого синтезу математичну модель електричної частини АД зручно переписати у вигляді

$$\dot{\mathbf{z}} = -\omega_0 \mathbf{J} \mathbf{z} - \frac{R_1}{\sigma} \mathbf{i} + \frac{1}{\sigma} \mathbf{u}, \quad (24)$$

$$\dot{\mathbf{i}} = -((\gamma + \alpha) \mathbf{I} + ((\omega_0 - \omega) \mathbf{J})) \mathbf{i} + (\alpha \mathbf{I} - \omega \mathbf{J}) \mathbf{z} + \frac{1}{\sigma} \mathbf{u}, \quad (25)$$

в похибках відпрацювання запишеться у вигляді

$$\tilde{\mathbf{T}} + \mathbf{T}^* = 1.5\sigma (\mathbf{z}^* \mathbf{i}_q^* + \mathbf{z}^* \tilde{\mathbf{i}}_q + \tilde{\mathbf{z}}_q (\mathbf{i}_q^* + \tilde{\mathbf{i}}_q) - \tilde{\mathbf{z}}_d (\mathbf{i}_d^* + \tilde{\mathbf{i}}_d)), \quad (26)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}} = -\omega_0 \mathbf{J} \tilde{\mathbf{z}} - \frac{R_1}{\sigma} \tilde{\mathbf{i}} - \omega_0 \mathbf{J} \mathbf{z}^* - \frac{R_1}{\sigma} \mathbf{i}^* - \mathbf{z}^* + \frac{1}{\sigma} \mathbf{u}, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{i}}} = & -((\gamma + \alpha) \mathbf{I} + ((\omega_0 - \omega) \mathbf{J})) \tilde{\mathbf{i}} + (\alpha \mathbf{I} - \omega \mathbf{J}) \tilde{\mathbf{z}} + \\ & + ((\gamma + \alpha) \mathbf{I} + ((\omega_0 - \omega) \mathbf{J})) \mathbf{i}^* + (\alpha \mathbf{I} - \omega \mathbf{J}) \mathbf{z}^* - \mathbf{i}^* + \frac{1}{\sigma} \mathbf{u}, \end{aligned} \quad (28)$$

де  $\tilde{\mathbf{z}} = (\tilde{\mathbf{z}}_d, \tilde{\mathbf{z}}_q)^T$ ,  $\mathbf{z}^* = (\mathbf{z}^*, 0)^T$ .

З рівняння (28) знаходимо, що відпрацювання заданих траєкторій струму забезпечується наступними регуляторами струму

$$\mathbf{u} = \sigma (((\gamma + \alpha) \mathbf{I} + (\omega_0 - \omega) \mathbf{J})) \mathbf{i}^* + (\omega \mathbf{J} - \alpha \mathbf{I}) \mathbf{z}^* + \mathbf{i}^* - k_i \tilde{\mathbf{i}} + \mathbf{v}_i), \quad (29)$$

де  $k_i > 0$  коефіцієнти пропорційних складових регуляторів струму,  $\mathbf{v}_i = (\mathbf{v}_d, \mathbf{v}_q)^T$  – коригуючі сигнали.

При підстановці (29) в (27) та (28) рівняння динаміки похибок відпрацювання набувають загального вигляду

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{z}}} = & -\omega_0 \mathbf{J} \tilde{\mathbf{z}} - (R_1 / \sigma + k_i) \tilde{\mathbf{i}} + \alpha (L_m \beta + 1) \mathbf{I} \mathbf{i}^* - (\omega_0 - \omega) \mathbf{J} \mathbf{i}^* + \\ & + ((\omega_0 - \omega) \mathbf{J} - \alpha \mathbf{I}) \mathbf{z}^* + \mathbf{z}^* + \mathbf{v}_i + \mathbf{i}^*, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{i}}} = -((\gamma + \alpha + k_i) \mathbf{I} + (\omega_0 - \omega) \mathbf{J}) \tilde{\mathbf{i}} + (\alpha \mathbf{I} - \omega \mathbf{J}) \tilde{\mathbf{z}} + \mathbf{v}_i. \quad (31)$$

З (26) визначається вираз для розімкненого регулятора моменту

$$\mathbf{i}_q^* = \frac{1}{\mu_1} \frac{\mathbf{T}^*}{\mathbf{z}^*}. \quad (32)$$

З рівнянь (30), (31) визначаються динаміка заданого струму  $i_d^*$  та динаміка обертової системи координат  $(d-q)$  у вигляді

$$\dot{i}_d^* = -\alpha(L_m\beta + 1)i_{1d}^* + \frac{1}{(z^* - i_d^*)}(\alpha(L_m\beta + 1)i_q^* + \dot{i}_q^* + v_q - v_q) + \alpha z^* + \dot{z}^* + v_d - v_d, \quad (33)$$

$$\dot{\epsilon}_0 = \omega_0 = \omega + \frac{1}{z^* - i_d^*}(\alpha(1 + L_m\beta)i_q^* + \dot{i}_q^* + v_q - v_q), \quad (34)$$

де коригуючі сигнали  $v_d, v_q$  визначаються в процесі подальшого синтезу,  $(z^* - i_d^*) > 0$ .

Результуючі рівняння динаміки похибок відпрацювання в силу (29)–(34) набувають вигляду

$$\ddot{T} = 1.5\sigma(z^*\ddot{i}_q + \ddot{z}_q(i_q^* + \tilde{i}_q) - \ddot{z}_d(i_d^* + \tilde{i}_d)), \quad (35)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{\tilde{z}}_d \\ \ddot{\tilde{z}}_q \\ \ddot{\tilde{i}}_d \\ \ddot{\tilde{i}}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_0 & -(R_1/\sigma + k_i) & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 & -(R_1/\sigma + k_i) \\ \alpha & \omega & -(\gamma + \alpha + k_i) & \omega_2 \\ -\omega & \alpha & -\omega_2 & -(\gamma + \alpha + k_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{z}_d \\ \tilde{z}_q \\ \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ v_d \\ v_q \end{pmatrix} \triangleq A_1(t)\tilde{x} + v, \quad (36)$$

де  $v = (v_d, v_q, v_d, v_q)^T$ .

Для аналізу стійкості системи (35) розглянемо наступну функцію Ляпунова з  $\epsilon_1 > 1$  для найбільш простого варіанту  $v = 0$

$$V_1 = \frac{1}{2}\tilde{x}^T \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tilde{x} \triangleq \frac{1}{2}\tilde{x}^T P \tilde{x} > 0. \quad (37)$$

Похідна від (37) в силу рішень (36) має вигляд

$$\dot{V}_1 = -\tilde{x}^T Q_1 \tilde{x} = -\alpha(1 + L_m\beta)\tilde{i}^2 - \alpha\tilde{z}^2, \quad (38)$$

за умови  $\epsilon_1 = (\alpha + (\gamma + \alpha + k_i)) / (R_1 / \sigma + k_i)$ , яка завжди задовольняється.

Оскільки  $V_1 > 0$ ,  $\dot{V}_1 < 0$  в (37) та (38), то положення рівноваги  $\tilde{x} = (\tilde{z}_d, \tilde{z}_q, \tilde{i}_d, \tilde{i}_q)^T = 0$  системи (36) є глобально експоненційно стійким, тому  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y}_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{T}, \tilde{z})^T = 0$ . З цих умов встановлюємо, що асимптотичність відпрацювання модуля вектора потокозчеплення статора і моменту досягаються одночасно з полеорієнтуванням. Зауважимо, що при  $k_i = 0$  алгоритм керування не потребує використання інформації про струми статора. Додаткові коригуючі зв'язки  $v = (v_d, v_q, v_d, v_q)^T$  конструюються на наступному етапі синтезу виходячи з розгляду динамічних властивостей і робастності системи.

**Висновки.** Представлено загальнотеоретичне рішення задачі синтезу алгоритмів непрямого полеорієнтованого керування моментом та вектором потокозчеплення асинхронного двигуна, яке базується на натуральній декомпозиції вихідної моделі АД у вигляді механічної і електричної підсистем на відміну від декомпозиції «електромеханічна – електромагнітна підсистеми», що не є вихідною, а формується за рахунок керування. Синтез здійснено другим методом Ляпунова, який представлено у загальній формі для натурально асимптотично

стійких об'єктів керування, що суттєво спрощує його використання. Дві нові форми функцій Ляпунова сформовані для синтезу векторних керувань з полеорієнтуванням за векторами потокозчеплення ротора і статора, які гарантують глобальне асимптотичне відпрацювання моменту та модуля вектора потокозчеплення. Синтезовані алгоритми не модифікують внутрішню структуру моделі АД і тому є фізично обґрунтованими, що сприяє робастності системи відносно збурень. Вперше отримано загальнотеоретичне рішення для статорного полеорієнтування, яке не використовує припущень спрощення про сталість кутової швидкості, відкриває можливості для подальшого розвитку завдяки наявності додаткових коригуючих зворотних зв'язків для синтезу сімейства рішень. Отримані теоретичні результати можуть розглядатися як внесок у розвиток загальної теорії векторного керування АД.

1. Blaschke F. Das verfahren der feldorientierung zur regelung der asynchron maschine. Siemens Forschungs. Ektwicklungs. 1972. Vol. 1. No 1. Pp. 184–193.
2. Hasse K. Zum dynamischen verhalten der asynchron maschine bei betrieb mit variabler stander-frequenz und standerspannung. Electrotechnische Zeitung ETZ. A89. 1968. Pp. 77–81.
3. Leonhard W. Control of Electrical Drives. (3rd edition). Berlin: Springer-Verlag, 2001. 460 p.
4. Krstic M. Kanellakopoulos I. and Kokotovic P. Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley, 1995. 576 p.
5. Sepulchre R., Jankovic M. and Kokotovic P. Constructive Nonlinear Control. Berlin: Springer-Verlag, 1997. 313 p.
6. Peresada S., Tonielli A. and Morici R. High performance indirect field-oriented output feedback control of induction motors. *Automatica*. Vol. 35. Pp. 1033–1047. 1999. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(99\)00003-5](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(99)00003-5)
7. Peresada S. and Tonielli A. (2000), High-performance robust speed-flux tracking controller for induction motor. *Int. J. Adapt. Control Signal Process*, 14: Pp. 177–200. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1115\(200003/05\)14:2/3<177::AID-ACSS579>3.0.CO;2-2](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1115(200003/05)14:2/3<177::AID-ACSS579>3.0.CO;2-2)
8. Marino R., Tomei P., Verrelli C.M. Induction motor control design. Springer, 2010. 351 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-84996-284-1>
9. Ortega R., Loria A., Nicklasson P. and Sira-Ramirez H. Passivity-based control of Euler-Lagrange systems. Berlin: Springer-Verlag, 1998. 543 p.
10. Nicklasson P. J., Ortega R., Espinosa-Perez G., Jacobi C. G. J. Passivity-based control of a class of Blondel-Park transformable electric machines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997. Vol. 42, No 5. Pp. 629–647. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.580867>
11. Travieso-Torres J. C., Ricaldi-Morales A. J., Aguila-Camacho N. Robust Combined Adaptive Passivity-Based Control for Induction Motors. *Machines*, 12(4). 272. DOI: <https://doi.org/10.3390/machines12040272>
12. Bozhko S., Dymko S., Kovbasa S., Peresada S.M. Maximum Torque-per-Amp Control for Traction IM Drives: Theory and Experimental Results. *IEEE Transactions on Industry Applications*. Vol. 53. No 1. Pp. 181–193. Jan.-Feb. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIA.2016.2608789>
13. O. Gulbudak, M. Gokdag and H. Komurcugil. Model Predictive Control Strategy for Induction Motor Drive Using Lyapunov Stability Objective. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. Vol. 69. No 12. Pp. 12119–12128. Dec. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2021.3139237>
14. Peresada S.M., Kovbasa S.M., Shcherbachenko V.V., Nikonenko Ye.O., Podeiko P.P. Torque control of synchronous reluctance motors with maximum torque per ampere optimization. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2025. No 2. Pp. 41–48. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2025.02.041>
15. Ortega R., Guadalupe J.R., Borja P., Donaire A. Use of Passivity for Analysis and Tuning of PID: Two Practical Examples in PID Passivity-Based Control of Nonlinear Systems with Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2021. Pp. 15–45. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119694199.ch3>
16. Abu-Rub H., Iqbal A., Guzinski J. High performance control of AC drives with MatLab/Simulink. IEEE Press: John Wiley and Sons, 2021. 482 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119969242>
17. Peresada S.M., Kovbasa S.M., Statsenko O.V., Serhienko O.V. Direct speed-flux vector control of induction motors: controller design and experimental robustness evaluation. *Applied Aspects of Information Technology*. 2022. Vol. 5. No 3. Pp. 217–227. DOI: <https://doi.org/10.15276/aait.05.2022.15>
18. Accetta A., Alonge F., Cirrincione M., D'Ippolito F., Pucci M., Rabbeni R., Sferlazza A. Robust control for high performance induction motor drives based on partial state-feedback linearization. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2019. Vol. 55. No 1. Pp. 490–503. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIA.2018.2869112>

19. Peresada S.M., Kovbasa S.M., Krasnoshapka N.D. Indirect vector control of induction motors with robustness and adaptation properties to active rotor resistance variations: monograph. Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2020. 174 p. (Ukr) URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/44255>

## ADVANCEMENT OF THE THEORY OF FIELD ORIENTATION CONTROL OF INDUCTION MOTORS BASED ON THE DECOMPOSITION OF THE MECHANICAL AND ELECTRICAL SUBSYSTEMS

**S. Peresada, S. Stroievyi, V. Shcherbachenko**

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",

Beresteyskyi ave., 37, 03056 Kyiv, Ukraine

e-mail: [Peresada.Sergiy@iill.kpi.ua](mailto:Peresada.Sergiy@iill.kpi.ua) , [stroievyi.serhiy@iill.kpi.ua](mailto:stroievyi.serhiy@iill.kpi.ua) , [shcherbachenko.vladyslav@iill.kpi.ua](mailto:shcherbachenko.vladyslav@iill.kpi.ua)

*The theory of field-oriented control of induction motors, which emerged in the early 2000s, is based on a fundamental property of field orientation, which involves decomposing the motor's output into two independent subsystems: electro-mechanical and electromagnetic. The first ensures control of the mechanical coordinates, while the second controls the rotor (stator) flux for field-oriented control and the determination of its module. Such a decomposition is de facto standard for both indirect and direct field-oriented control, since the control algorithm in this case is the simplest and also transparent from the perspective of the physics of an electric machine's operation. At the same time, the mechanism for forming the decomposition involves compensating for the internal feedback loops of the induction motor model, which negatively affects the robustness properties of the control system against parametric and coordinate disturbances. An alternative approach is being considered in the field of energy, based on the fact that the electrical part of an induction machine is intrinsically asymptotically stable that is, passive and therefore has a Lyapunov function, which is used to prove its stability. Taking this property into account, an engineering-friendly method is presented for synthesizing a vector control system for the torque and flux linkage vector of an induction motor based on the second Lyapunov method, which forms an alternative decomposition in the form of a mechanical-electrical subsystem. Two new forms of Lyapunov functions have been found for designing field oriented control system the rotor and stator flux vectors. The synthesized control systems ensure asymptotic tracking of the specified trajectories of torque and flux vector magnitude, and have a physically well-founded structure since they preserve the structure of the induction motor model. Ref. 19.*

**Keywords:** AC motor, field-orientation control, Lyapunov theory, system stability.

Надійшла: 12.05.2026

Прийнята: 27.07.2026

Submitted: 12.05.2026

Accepted: 27.07.2026