

УДК 621.317

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2022.62.055>

МІНІМІЗАЦІЯ ВИПАДКОВОЇ ПОХИБКИ ЦИФРОВОГО МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ АМПЛІТУДИ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СИГНАЛУ

П.І.Борщов, канд. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр.Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна
e-mail: pavbor2010@gmail.com

Досліджено похибки вимірювання амплітуди синусоїдальних сигналів методом, який базується на обчисленні суми відношень цифрових відліків миттєвих значень сигналу до синусів фазових кутів, які відповідають моментам вибірок. Отримано математичний вираз для визначення сумарної випадкової похибки вимірювання з використанням значень параметрів її складових. Показано, що існує мінімальне значення сумарної випадкової похибки вимірювання, як функції кількості врахованих миттєвих значень сигналу. Наведено методику забезпечення зниження рівня випадкової похибки до потрібного рівня. Метод може бути застосований для створення метрологічного забезпечення вимірювань параметрів електричних сигналів на низьких і інфранизьких частотах, у тому числі на промисловій частоті. Бібл. 7, рис. 4, таблиця.

Ключові слова: синусоїдальний сигнал, амплітуда, цифровий метод, мінімізація випадкових похибок вимірювання.

Для визначення діагностичних параметрів електроенергетичного обладнання часто необхідно виконувати вимірювання активних електричних величин на першій гармоніці сигналів промислової частоти. Це дає змогу запобігти впливу неінформативних гармонічних складових. Приклад – вимірювання параметрів високовольтної ізоляції – електричної ємності й тангенса кута діелектричних втрат. У нормативних документах [1] підкреслюється актуальність задачі створення систем моніторингу стану конденсаторної ізоляції в процесі її експлуатації під дією робочої напруги. Зокрема, норми випробувань високовольтних вводів класу 750 кВ встановлюють граничне відхилення модуля повної електропровідності на рівні 1 %. Цей параметр вимірюється непрямим методом через вимірювання амплітуд напруги на об'єкті та струму через нього. Відповідно відносна похибка вимірювання амплітуди цих величин має не перевищувати 0,1 %, а її випадкова складова повинна знаходитись на рівні 0,01...0,02 %. Крім того, для створення метрологічного забезпечення таких вимірювань необхідно знизити вказану похибку до кількох тисячних часток відсотка.

Математична модель сигналу:

$$S = A_m \cdot \sin \varphi_x, \quad (1)$$

де A_m – амплітуда сигналу, φ_x – поточна фаза, що залежить від часу.

Задля вимірювання амплітуди синусоїдальних сигналів доцільним є використання методів, що базуються на аналого-цифровому перетворенні миттєвих значень сигналів з подальшою обробкою масиву цифрових відліків і обчисленням необхідних параметрів сигналів. Використовують два основних підходи до обробки масивів цифрових відліків [2]. Перший – застосування методів цифрового спектрального аналізу, що базуються на дискретному перетворенні Фур'є (швидке перетворення Фур'є, алгоритм Герцеля та ін.). Другий – застосування цифрової фільтрації з подальшим обчисленням амплітуди першої гармонічної складової сигналу.

Застосування першого підходу призводить до значних похибок вимірювання за відсутності синхронізації сигналу тактового генератора вимірювального пристрою з вхідним сигналом. Обчислена максимальна складова спектру сигналу не співпадає за частотою з його першою гармонічною складовою. Навіть застосування вимірювання частоти сигналу для налагодження частоти дискретизації не дає змоги знизити відносну випадкову похибку вимірювання нижче кількох десятих часток відсотка.

Другий підхід передбачає цифрову фільтрацію масиву відліків, в результаті якої отримують новий масив, що відображає першу гармонічну складову сигналу. Відомі методи визначення амплітуди синусоїдальних сигналів, основані на обчисленні суми відліків за ціле число періодів [3]. За відсутності синхронізації сигналу тактового генератора приладу і вхідного сигналу виникає методична частотна похибка, обумовлена обмеженням обсягом масиву. Як показує аналіз [3], відносне значення цієї похибки може досягати 0,05 %.

Відомі також так звані «фазочастотні» методи вимірювання амплітуди синусоїдальних сигналів, особливістю яких є формування часових інтервалів, що визначаються моментами переходу сигналу через фіксовані рівні [4]. Водночас вдається виключити частотні похибки вимірювання. Недолік цих методів полягає в необхідності застосування аналогових вузлів порівняння, що мають похибки від гістерезису та температурної нестабільності рівнів спрацювання.

Автором був запропонований метод вимірювання амплітуди синусоїдальних сигналів шляхом застосування наступного виразу [5]:

$$A_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{N_i}{\sin \varphi_i}, \quad (2)$$

де N_i – значення цифрового відліку миттєвого значення сигналу за номером i ; n – кількість таких відліків, взятих за довільний інтервал часу, не прив'язаний до цілого числа періодів сигналу; φ_i – фаза моменту вибірки відліку N_i .

Перевагою методу є виключення принципової необхідності в усередненні масиву відліків за ціле число періодів. Амплітуда сигналу визначається для **кожного відліку**, а усереднення додатково підвищує завадостійкість і знижує випадкову похибку. Для реалізації методу необхідно визначити фазу кожного цифрового відліку, що нескладно реалізувати з використанням відомих методів обробки масивів відліків миттєвих значень сигналів [6].

Проведена в роботі [5] оцінка методичної похибки вимірювання амплітуди цим методом є неповною, оскільки стосується тільки однієї складової, обумовленої зростанням ваги похибки вимірювання фазових кутів за відхилень значень від $\pi/4$.

Метою даної роботи є аналіз похибки вимірювання амплітуди синусоїдального сигналу методом, що базується на використанні виразу (2), з урахуванням усіх складових, а також визначення умов, за яких забезпечується мінімальне значення цієї похибки.

На похибку вимірювання амплітуди досліджуваним методом впливають такі складові:

- випадкова похибка вимірювання миттєвих значень сигналу, що обумовлена похибками квантування АЦП, а також вхідними шумами вимірювального пристрою;
- похибка вимірювання фазового кута.

Вимірювання амплітуди з використанням виразу (2) можна класифікувати як усереднення результатів опосередкованих вимірювань. Оцінку абсолютного середньоквадратичного значення (СКЗ) випадкової похибки одного вимірювання можна отримати з наступного виразу [7]:

$$\bar{\sigma}_{A_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial A_{x_i}}{\partial N_i}\right)^2 \cdot \bar{\sigma}_{N_i}^2 + \left(\frac{\partial A_{x_i}}{\partial \varphi_i}\right)^2 \cdot \bar{\sigma}_{\varphi_i}^2}, \quad (3)$$

де $\bar{\sigma}_{N_i}$ – СКЗ випадкової похибки вимірювання миттєвих значень сигналу; $\bar{\sigma}_{\varphi_i}$ – СКЗ абсолютної випадкової похибки вимірювання фазових кутів; $\frac{\partial y}{\partial x}$ – часткова похідна функції y по x .

Оцінка середньоквадратичного відхилення середнього арифметичного значення [7]:

$$\bar{\sigma}_{A_x} = \sqrt{\sum_{i=2}^n \frac{\bar{\sigma}_{A_i}^2}{n \cdot (n-1)}}. \quad (4)$$

Після підстановки значень часткових похідних у (3), значення СКЗ похибки з (3) у (4), і групування членів отримуємо:

$$\bar{\sigma}_{Ax} = \sqrt{\sum_{i=2}^n \frac{1}{n \cdot (n-1)} \frac{\bar{\sigma}_{Ni}^2}{\sin^2 \varphi_i} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{n \cdot (n-1)} \frac{\bar{\sigma}_{\varphi_i}^2 \cdot \text{ctg}^2 \varphi_i \cdot N_i^2}{\sin^2 \varphi_i}}. \quad (5)$$

Визначимо відносне СКЗ похибки:

$$\frac{\bar{\sigma}_{Ax}}{A_m} = \sqrt{\sum_{i=2}^n \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \frac{1}{\sin^2 \varphi_i} \cdot \frac{\bar{\sigma}_{Ni}^2}{A_m^2} + \sum_{i=2}^n \frac{\bar{\sigma}_{\varphi_i}^2 \cdot \text{ctg}^2 \varphi_i}{n \cdot (n-1)} \cdot K_N^2}, \quad (6)$$

де $K_N = \frac{N_i}{\sin \varphi_i} \cdot \frac{1}{A_m}$ – відношення результату одного вимірювання амплітуди сигналу до значення самої амплітуди. K_N відрізняється від одиниці на похибку вимірювання. Оскільки вираз (6) призначений для визначення похибки, значення цього коефіцієнта можна замінити одиницею, тобто знехтувати «похибкою визначення похибки».

За фазових кутів $\pm\pi/2$ та $\pm 3\pi/2$ миттєві значення сигналу дорівнюють його амплітуді, водночас вплив похибки вимірювання фазового кута є незначним. При відхиленні фазових кутів від цих значень вплив похибки вимірювання фазового кута зростає. Вплив похибки квантування АЦП і вхідних шумів є більш складним. З одного боку, при збільшенні кількості виміряних значень їхній вплив зменшується за рахунок усереднення. З іншого боку, при відхиленні фазових кутів від значень $\pm\pi/2$ та $\pm 3\pi/2$ миттєві значення сигналу зменшуються, відповідно вплив цих факторів зростає.

Оцінимо поведінку складових у виразі (6) при значеннях СКЗ похибок, характерних для комбінованого вимірювача комплексу електричних величин на промисловій частоті [6]. Спочатку оцінимо вплив похибки квантування АЦП. СКЗ цієї похибки, що має рівномірний закон розподілу імовірностей, дорівнює $\frac{q_k}{2\sqrt{3}}$, де q_k – значення кроку квантування. Для 16-розрядного АЦП, за умови, що рівень вхідного сигналу складає не менше половини максимального значення діапазону вимірювання, відносне значення СКЗ похибки квантування складає:

$$\frac{\bar{\sigma}_{Ni}}{A_m} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2^{15}} \approx 8,8 \cdot 10^{-6}. \quad (7)$$

СКЗ випадкової похибки вимірювання фазових кутів для вказаного приладу складає 10^{-5} рад.

На рис.1 показано графік залежності першої складової у виразі (6) від кількості n врахованих цифрових відліків миттєвих значень сигналу. За $n=2$ враховуються відліки, що відповідають фазовим кутам $\pi/2$ та $(\pi/2 + \pi/50)$ (за умови отримання за період сигналу 100 відліків). Для кожного наступного відліку фазовий кут збільшується на $\pi/50$. З цього графіку видно, що існує мінімум функції за $n = 15$. На рис. 2 показано графік залежності другої складової у виразі (6). Її значення монотонно зростає за збільшення кількості відліків.

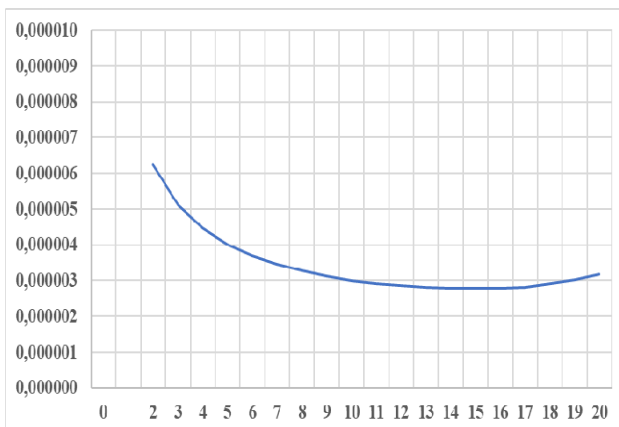


Рис. 1

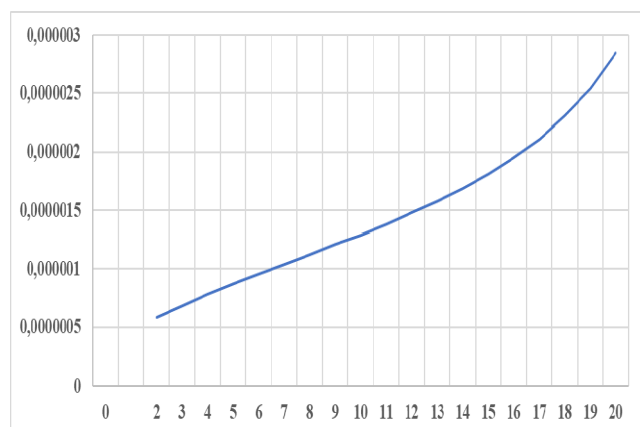


Рис. 2

На рис. 3 показано графік залежності відносного СКЗ сумарної похибки, розрахованої згідно з виразом (6), від кількості n цифрових відліків миттєвих значень сигналу. Функція має мінімум за $n=12$. Відношення мінімального значення відносного СКЗ випадкової похибки до СКЗ похибки квантування становить 0,37. Тобто застосування досліджуваного методу вимірювання амплітуди синусоїдальних сигналів за вказаних значень складових дає змогу знизити рівень похибки в 2,7 рази, водночас оптимальне значення кількості відліків, що враховуються за одну чверть періоду сигналу, складає 12.

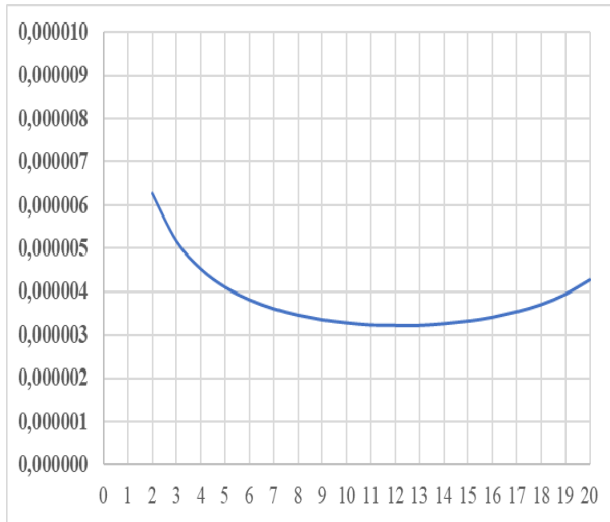


Рис. 3

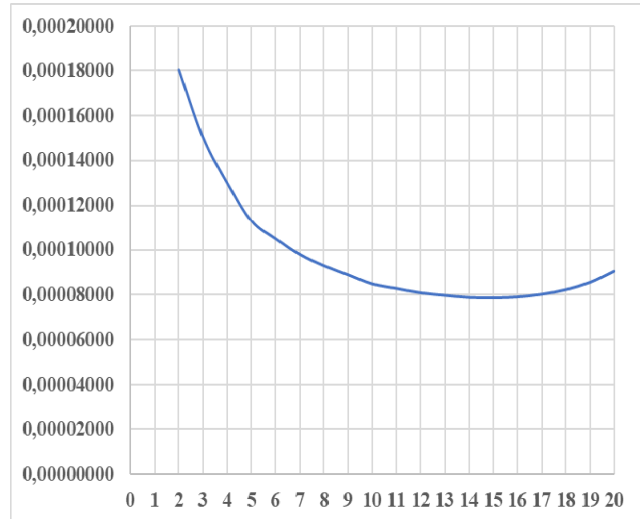


Рис. 4

Якщо частоту дискретизації сигналу синхронізовано з частотою самого сигналу, то врахування додаткової кількості відліків за інші частини періоду, а також за інші періоди виразу у точності не приносить, оскільки значення відліків будуть повторюватися, відповідно похибки додаткових відліків будуть статистично залежними. Але така ситуація на практиці неможлива. По-перше, складно забезпечити точність і стабільність синхронізації цих частот. По-друге, зазвичай вхідний шум перевищує шум квантування, тому виміряні миттєві значення сигналу для різних частин періоду і різних періодів будуть відрізнятися, похибки будуть статистично незалежними. Таким чином, врахування більшої кількості відліків дає змогу додатково зменшити рівень сумарної похибки.

Якщо виникає необхідність розширити діапазон амплітуд вимірюваних величин у напрямку менших значень, то вплив вхідного шуму зростає. Наприклад, якщо на вході пристрою діє шум, СКЗ якого у вимірюваній смузі частот дорівнює 0,5 пА, то для вхідного струму амплітудою 2 мкА відношення СКЗ шуму до амплітуди сигналу складе $2,5 \cdot 10^{-4}$. На рис. 4 показано графік залежності відносного СКЗ сумарної похибки, визначеної згідно з виразом (6), за вказаного рівня вхідного шуму. Функція має мінімум при $n=15$, мінімальне відносне СКЗ похибки менше за максимальне приблизно у 3 рази і складає $0,8 \cdot 10^{-4}$. Якщо врахувати відліки за інші три чверті періоду, результуюча похибка знизиться ще в два рази. Якщо цього недостатньо, можна використати дані вимірювань за декілька періодів сигналу. Наприклад, за умови обробки даних за 16 періодів можна знизити СКЗ випадкової похибки вимірювання амплітуди сигналу до $1 \cdot 10^{-5}$.

Другий шлях зниження випадкової похибки вимірювання амплітуди – підвищення частоти дискретизації. У таблиці наведено значення коефіцієнтів зменшення випадкової похибки вимірювання миттєвих значень сигналу для різних частот дискретизації при врахуванні відліків за $\frac{1}{4}$ періоду.

У таблиці позначено: K_f – відношення частоти дискретизації до частоти сигналу (кількість відліків за період сигналу); K_σ – коефіцієнт зменшення випадкової похибки; $K_{\sigma 100}$ – коефіцієнт зменшення випадкової похибки при 100 відліках за період. З даних таблиці випливає, що за підвищення частоти дискретизації приблизно пропорційно збільшується кількість відліків, які можна врахувати для визначення амплітуди сигналу, відповідно рівень випадкової похибки зменшується пропорційно \sqrt{n} .

№	K_f	K_σ	n	$K_{\sigma n}/K_{\sigma 100}$
1	50	2,46	7	0,75
2	100	3,26	14	1
3	200	4,57	29	1,4
4	400	6,42	60	1,97

Для забезпечення зниження рівня випадкової похибки до потрібного можна рекомендувати таку послідовність дій:

- визначити рівень випадкової похибки вимірювання миттєвих значень сигналу;
- визначити рівень випадкової похибки вимірювання фазових кутів, що відповідають моментам вибірок миттєвих значень сигналу;
- використовуючи вираз (6), знайти кількість миттєвих значень сигналу за $\frac{1}{4}$ періоду, що забезпечує мінімальне значення похибки вимірювання результату;
- визначити значення коефіцієнта зниження рівня похибки з графіку, приклад якого наведений на рис. 2,3;
- якщо випадкові похибки вимірювання миттєвих значень є статистично незалежними, зокрема, обумовленими вхідними шумами, використати дані за інші $\frac{3}{4}$ періоду сигналу, що дає змогу знизити рівень похибки ще у 2 рази;
- якщо отримане значення не задовольняє висунуті вимоги, можна збільшити кількість цифрових відліків миттєвих значень сигналу шляхом використання даних за кілька періодів сигналу, або шляхом підвищення частоти дискретизації.

Висновок. Отриманий математичний вираз (6) дає можливість визначити оптимальну кількість цифрових відліків, яка забезпечує мінімальне значення випадкової похибки вимірювання амплітуди синусоїдального сигналу досліджуванним методом. Наведено методику забезпечення зниження рівня випадкової похибки до необхідного рівня. Отримані значення СКЗ випадкової похибки вимірювання дозволяють застосувати досліджуваний метод вимірювання амплітуди синусоїдальних сигналів для створення метрологічного забезпечення вимірювань параметрів електричних сигналів на низьких та інфранизьких частотах, в тому числі на промисловій частоті.

1. Міністерство енергетики та захисту довкілля України. Норми випробування електрообладнання. СОУ-Н ЕЕ 20.302:2020. ПАТ «Національна енергетична компанія «Укренерго», 2020. 238 с.
2. Ifeachor E.C., Jervis B.W. Digital signal processing: a practical approach. 2nd edition. Pearson Education, 2002. 933 p.
3. Andow F., Matsushima T., Iwasaki M. Apparatus for calculating amplitude values. Pat. USA 4073008. Publ.07.02.1978.
4. Рудик А. В. Фазочастотний метод вимірювання амплітуди змінної напруги синусоїдальної форми. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах (Хмельницький)*. 2015. № 4. С. 96–102. URL: http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/vott_2015_4_16.pdf (дата звернення 03.05.2022)
5. Борщев П.И. Повышение разрешающей способности цифровых измерителей амплитуды синусоидальных сигналов. *Технічна електродинаміка*. 2006. № 3. С. 58–62.
6. Борщев П.И. Селективный измеритель электрических величин на промышленной частоте. *Технічна електродинаміка*. 2005. № 4. С. 74–78.
7. Кухарчук В.В., Кучерук В.Ю., Володарський С.Т., Грабко В.В. Основы метрологии та електричних вимірювань: підручник. Вінниця: ВНТУ, 2011. 522с.

MINIMIZATION OF RANDOM ERROR OF DIGITAL METHOD OF MEASUREMENT OF AMPLITUDE OF A SINUSOIDAL SIGNAL**P.I. Borshchov**

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Science of Ukraine,
pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine
e-mail: pavbor2010@gmail.com

The errors of measuring the amplitude of sinusoidal signals by the method based on calculating the sum of the ratios of digital samples of instantaneous signal values to the sines of the phase angles corresponding to the sampling moments are investigated. A mathematical expression for determining the total random measurement error using the values of the parameters of the error components is obtained. It is shown that there is a minimum value of the total random measurement error as a function of the number of instantaneous signal values taken into account. The method of reducing the level of random error to the desired level is given. The method can be used to create metrological support for measuring the parameters of electrical signals at low and infralow frequencies, including industrial frequency. Ref. 7, fig. 4, table.

Keywords: sinusoidal signal, amplitude, digital method, minimization of random measurement errors.

1. Ministerstvo enerhetyky ta zakhystu dovkillia Ukrainy. Normy vyprovuvannia elektroobladnannia. SOU-H EE 20.302:2020. PAT «Nazionalna enerhetychna kompania «Ukrenerho», 2020. 238 p. (Ukr)
2. Ifeachor E.C., Jervis B.W. Digital signal processing: a practical approach. 2nd edition. Pearson Education, 2002. 933 p. (Eng)
3. Andow F., Matsushima T., Iwasaki M. Apparatus for calculating amplitude values. Pat. USA 4073008. Publ.07.02.1978. (Eng)
4. Rudyk A. V. Phase-frequency method of measuring the amplitude of sinusoidal alternating voltage. *Vymiriuvalna ta obchisliuvalna tekhnika v tekhnologichnikh protsessakh (Khmelnytskyi)*. 2015. No 4. Pp. 96–102. (Ukr) URL:http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/vott_2015_4_16.pdf (Accessed 03.05.2022)
5. Borshchov P.I. Improving the resolution of digital sinusoidal amplitude meters. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2006. No 3. Pp. 58–62. (Rus)
6. Borshchov P.I. Selective meter of electrical quantities at industrial frequency. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2005. No 4. Pp. 74–78. (Rus)
7. Kukharchuk V.V., Kucheruk V.Y., Volodarskii Y.T., Grabko V.V. Basics of metrology and electrical measurements. Vinnytsia: VNTU, 2011. 522p. (Ukr)

Надійшла: 01.06.2022
Прийнята: 14.06.2022

Submitted: 01.06.2022
Accepted: 14.06.2022