



ISSN 1727-9895

ISSN 2786-7064 (online)

Праці

Інституту електродинаміки Національної академії наук України

Збірник наукових праць

Випуск

73

Київ

2026

Відділення фізико-технічних проблем енергетики
Національної академії наук України
Інститут електродинаміки

ПРАЦІ

Інституту електродинаміки Національної академії наук України

Збірник наукових праць

Виходить тричі на рік

Засновано у 1999 році

**Випуск
73**

Київ
2026

ПРАЦІ ІНСТИТУТУ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ НАН УКРАЇНИ

Редакційна колегія*:

Шаповал І.А.	головний редактор, докт. техн. наук академік НАН України
Жаркін А.Ф.	академік НАН України
Кириленко О.В.	академік НАН України
Щерба А.А.	академік НАН України
Блінов І.В.	член-кор. НАН України
Кондратенко І.П.	член-кор. НАН України
Шидловська Н.А.	член-кор. НАН України
Буткевич О.Ф.	докт. техн. наук, професор
Васецький Ю.М.	заст. гол. ред., докт. техн. наук, професор
Мазуренко Л.І.	докт. техн. наук, професор

Editorial board*:

Shapoval I.A.	Editor-In-Chief, Doctor of engineering sciences
Zharkin A.F.	Member of NAS Ukraine
Kyrylenko O.V.	Member of NAS Ukraine
Shcherba A.A.	Member of NAS Ukraine
Blinov I.V.	Corresponding Member of the NAS of Ukraine
Kondratenko I.P.	Corresponding Member of the NAS of Ukraine
Shydlovska N.A.	Corresponding Member of the NAS of Ukraine
Butkevych O.F.	Dr.Sc. (Eng.), Professor
Vasetskyi Yu.M.	Deputy Editor-in-Chief, Dr.Sc. (Eng.), Professor
Mazurenko L.I.	Dr.Sc. (Eng.), Professor

*Члени редакційної колегії працюють у Інституті електродинаміки НАН України, Київ
Editorial board members work in the Institute of electrodynamics of the NAS of Ukraine, Kyiv

International editorial board:

Artemchuk V., Dr.Sc., Deputy Director for Scientific and Organizational Work, G.E. Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine
Bondarenko O., PhD, Associate Professor of the Department of Electronic Devices and Systems, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine
Gogolyuk O., Dr.Sc., Professor, Head of Department, Lviv Polytechnic National University, Ukraine
Kovbasa S., Dr.Sc., Head of the Department of Automation of Electromechanical Systems and Electric Drive, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine
Kulyk V., Dr.Sc., Professor of the Department of Power Plants and Systems, Vinnytsia National Technical University, Ukraine
Oleschuk V., Dr.Sc., Senior Researcher, Chief Scientist, Technical University of Moldova, Moldova
Pavlov G., Dr.Sc., Professor, Vice-Rector for Research, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Ukraine
Strzelecki R., D.Sc., PhD., Eng. (Dr hab. inż.), Professor, Gdynia Maritime University, Poland
Tolmachov S., Dr.Sc., Professor, Head of the Department of Electromechanics, Kryvyi Rih National University, Ukraine
Vasko P., Dr.Sc., Professor, Head of Department, Institute of Renewable Energy of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine
Zakis J., Dr. Sc. Ing., Assoc. prof. and Senior Researcher, Riga Technical University, Latvia

Збірник включений до Переліку наукових фахових видань України (категорія «Б») наказом МОН № 975 від 11.07.2019. та представлений у таких системах реферування:

- загальнодержавному депозитарії «Наукова періодика України»;
- загальнодержавній базі даних «Україніка наукова» (реферативний журнал «Джерело»);
- науковій електронній бібліотеці періодичних видань НАН України (NA SPLIB) (<http://www.dspace.nbuv.gov.ua>);
- каталозі журналів відкритого доступу (DOAJ).

У червні 2021 р. збірник «Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України» включений у довідник періодичних видань бази даних Ulrich's Periodical Directory (New Jersey, USA). У збірнику здійснюються експертне рецензування та наукове редагування статей.

*Друкується за постановою Вченої ради
Інституту електродинаміки Національної академії наук України.
Протокол № 7 від 22 квітня 2026 року*

Зареєстровано 07.02.2002. Свідоцтво: серія КВ, № 5843.
Засновник та видавець: Інститут електродинаміки НАН України
Україна, 03057, м. Київ, пр. Берестейський, 56

Адреса редакції:

03057, м. Київ, пр. Берестейський, 56, Інститут електродинаміки НАН України.
Тел. (044) 366-26-56 Е-mail: mlyv@ied.org.ua; Адреса сайту: <http://prc.ied.org.ua>

ISSN 1727-9895
ISSN 2786-7064 (online)

© Інститут електродинаміки НАН України, 2026

Праці
Інституту електродинаміки
Національної академії наук України

Випуск 73

2026 р.

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73>

ЗМІСТ

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ ТА РИНКИ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ

<i>Стогній Б.С., Сподинський О.В.</i> Оцінка впливу сумарної векторної похибки та проблем синхронізації часу на функціонування широкомасштабних систем моніторингу енергосистем.....	5
<i>Гай О.В., Гай Г.А., Блінов І.В.</i> Метод декомпозиції показника SAIDI за структурою аварійних перерв для обґрунтування пріоритетів підвищення надійності розподільних мереж.....	12
<i>Войтов Д.В.</i> Аналіз особливостей використання даних від пристроїв вимірювання форми сигналів стану енергетичної мережі.....	24
<i>Кацадзе Т.Л., Лугін Д.М.</i> Дослідження можливості переведення міждержавної електропередачі Західноукраїнська-Саболчбака на номінальну напругу 400 кВ.....	31
<i>Кучерява І.М.</i> Когенерація в мікромережах.....	40

ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА СИСТЕМИ

<i>Бондар О.І., Глухенький О.І., Гориславець Ю.М., Залозний В.І.</i> Розрахункове дослідження впливу конструктивних факторів на електромагнітне перемішування розплаву при електронно-променевому плавленні в гарнісажному тиглі.....	51
---	----

ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА СИСТЕМИ

<i>Швець В.С.</i> Методи керування генераторами на базі машини подвійного живлення у мікромережах – огляд та перспективи розвитку.....	61
<i>Шуруб Ю.В., Руденський А.А.</i> Визначення дискретного оптимального за комбінованим квадратичним критерієм закону керування інерційним об'єктом методом динамічного програмування.....	71

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73>

CONTENTS

ELECTRIC POWER SYSTEMS AND ELECTRICITY MARKETS

- Stognii B.S., Spodynskyi O.V.* Assessment of the impact of total vector error and time synchronization issues on the operation of wide-area power system monitoring systems..... 5
- Gai O., Gai G., Blinov I.* Method for decomposition of SAIDI index by outage duration structure to justify reliability improvement priorities in distribution networks..... 12
- Voitov D.V.* Analysis of data usage acquired from waveform measuring units describing state of energy network..... 24
- Katsadze T., Luhin D.* Research to the possibility of converting the inter-state electricity transmission line “Western Ukraine – Szabolcsbánya” to nominal voltage of 400 KV..... 31
- Kucheriava I.M.* Cogeneration in microgrids..... 40

ELECTROTECHNOLOGICAL COMPLEXES AND SYSTEMS

- Bondar O.I., Hlukhenkyi O.I., Goryslavets Yu.M., Zalozny V.I.* Numerical study of the influence of design factors on electromagnetic stirring of molten metal during electron-beam melting in a skull crucible..... 51

ELECTROTECHNICAL COMPLEXES AND SYSTEMS

- Shvets V.S.* Control methods for doubly fed induction generators in microgrids: overview and development prospects..... 61
- Shurub Yu.V., Rudenskyi A.A.* Determination of the discrete optimal by the combined quadratic criteria control law of inertial object using the dynamic programming method..... 71

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ ТА РИНКИ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ

УДК 621.311

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73.005>**ОЦІНКА ВПЛИВУ СУМАРНОЇ ВЕКТОРНОЇ ПОХИБКИ ТА ПРОБЛЕМ СИНХРОНІЗАЦІЇ ЧАСУ НА ФУНКЦІОНУВАННЯ ШИРОКОМАСШТАБНИХ СИСТЕМ МОНІТОРИНГУ ЕНЕРГОСИСТЕМ****Б.С. Стогній***, акад. НАН України, **О.В. Сподинський****Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна
e-mail: a.spodynskyi@gmail.com

У статті виконано оцінку сумарної векторної похибки TVE (Total Vector Error) розрахункового фазора в різних середовищах доступу локальних обчислювальних мереж, визначених у стандарті IEEE C37.118.1-2011. Досліджено критичну роль точної синхронізації часу для технології синхрофазорів. Фазори, синхронізовані з абсолютним часом, є основою для блоків вимірювання фазорів PMU (Phasor Measurement Unit), які використовуються для моніторингу енергосистеми. Оцінка TVE була проведена для трьох моделей локальних мереж: CSMA/CD, CSMA/AMP та комутованого Ethernet з урахуванням стандартизованих значень пропускної здатності BW (Bandwidth) мережі 0,1, 1 та 10 Гбіт/с відповідно до стандарту IEC 61850-9-2:2011, а також кількості вузлів. Проаналізовано вплив похибок вимірювальних каналів і похибок PMU на продуктивність критично важливих застосувань широкомасштабної системи моніторингу WAMS (Wide Area Monitoring System), таких як локалізація порушень, виявлення коливань та динамічна оцінка пропускної здатності ліній DLR (Dynamic Line Rating). Результати аналізу демонструють, що TVE є чутливою до типу локальних обчислювальних мереж та кількості вузлів, а точність синхронізації часу залишається значною проблемою, що впливає на надійність застосувань WAMS. Бібл. 10.

Ключові слова: фазор, енергосистема, локальна мережа, сумарна векторна похибка, синхронізація часу, PMU, WAMS.

Вступ. Основою моніторингу є інформаційні процедури, за допомогою яких отримується кількісна або якісна інформація про властивості об'єкта моніторингу та його стан. Водночас обробка інформації передбачає операції збирання, введення, записування, перетворення, зчитування, зберігання та реєстрації [1, 2]. Технологія фазорних вимірювань, історія якої сягає математичного методу, розробленого Протеусом Штайнметцем у 1916 році для аналізу мереж змінного струму, сьогодні є критично важливою для моніторингу та експлуатації енергосистем [3]. У 1992 році Джей Мерфі розвинув цей метод для обчислення фазорів, синхронізованих з абсолютним часом, що призвело до створення першого блоку вимірювання фазорів PMU (Phasor Measurement Unit). Синхронізація фазорів була стандартизована в [4], а згодом кодифікована (тобто визначено перетворення фізичних величин у строго визначений цифровий формат), як [5] у 2005 році, з оновленою версією у 2012 році.

Метою роботи є комплексна оцінка впливу сумарної векторної похибки TVE (Total Vector Error) та проблем синхронізації часу на надійність і точність функціонування широкомасштабних систем моніторингу енергосистем WAMS (Wide Area Monitoring System).

Пристрій синхронізованих векторних вимірювань (PMU) є надійним інструментом, здатним оцінювати фазори як у стаціонарних, так і в перехідних умовах. Однак традиційні оцінювачі фазорів, які покладаються на алгоритм дискретного перетворення Фур'є, можуть створювати значні помилки величини та фази, що збільшує сумарну векторну похибку TVE. На протигагу перетворенню Фур'є, фільтр Калмана вважається потужним алгоритмом для оцінки фазорів при крокових змінах з меншою похибкою [6].



Оскільки енергосистеми є великими та географічно розподіленими, системи збору даних енергоспоживання потребують спільного джерела часу. PMU додають до вимірювань часові мітки відносно джерела часу, такого як Глобальна система позиціонування GPS (Global Positioning System). Дані PMU використовуються для ситуаційної обізнаності, аналізу подій та моніторингу стабільності системи. Однак продуктивність та надійність кінцевих застосувань WAMS, які використовують синхрофазори, критично залежать від якості вимірювань, які містять похибки, спричинені як похибками PMU, так і похибками вимірювальних каналів.

Стандарт [5] визначив допустиму похибку вимірювань, яка називається сумарною векторною похибкою або TVE. TVE представляє собою геометричну різницю між ідеальним (еталонним) вектором та вектором, виміряним пристроєм PMU, виражену у відсотках:

$$TVE = \sqrt{\frac{(X_{r \text{ meas}} - X_{r \text{ ideal}})^2 + (X_{i \text{ meas}} - X_{i \text{ ideal}})^2}{X_{r \text{ ideal}}^2 + X_{i \text{ ideal}}^2}} \times 100\% \quad (1)$$

де $X_{r \text{ meas}}$ та $X_{i \text{ meas}}$ – реальна та уявна частини виміряного вектора; $X_{r \text{ ideal}}$ та $X_{i \text{ ideal}}$ – реальна та уявна частини ідеального (еталонного) вектора.

Якщо відомі похибки амплітуди та фазового кута, формулу (1) можна представити у більш наочному вигляді:

$$TVE = \sqrt{2 + 2 \cdot \left(\frac{A_{\text{meas}}}{A_{\text{ideal}}}\right) \cdot [1 - \cos(\varphi_{\text{meas}} - \varphi_{\text{ideal}})] + \left(\frac{A_{\text{meas}}}{A_{\text{ideal}}} - 1\right)^2} \times 100\% \quad (2)$$

де φ_{meas} – вимірний фазовий кут; φ_{ideal} – ідеальний фазовий кут.

Однак найчастіше для спрощених розрахунків використовують наближену формулу:

$$TVE_{\text{ap}} = \sqrt{\left(\frac{A_{\text{meas}} - A_{\text{ideal}}}{A_{\text{ideal}}}\right)^2 + (\Delta\varphi)^2} \quad (3)$$

де A_{meas} – виміряна амплітуда; A_{ideal} – ідеальна амплітуда; $\Delta\varphi$ – похибка фазового кута в радіанах.

У стаціонарних умовах максимально допустима TVE для PMU має бути в межах 1%. Вимоги до точності PMU можуть бути послабленими при динамічних вхідних сигналах, таких як модуляція, швидкість зміни частоти та зміна фазового кроку. Наприклад, для вхідного сигналу з модуляцією TVE має бути в межах 3%, порівняно з 1% у стаціонарних умовах.

TVE виражає невизначеність у результаті вимірювання, що складається з похибки амплітуди та похибки фази.

Хоча стандарт [5] визначив допустиму похибку TVE, він не обмежив метод, який слід використовувати для оцінки фазорів. Як альтернатива перетворенню Фур'є, фільтр Калмана може бути оновлений за допомогою високопоточкових критичних за часом вимірюваних миттєвих значень SV (Sampled Values), визначених стандартом зв'язку [7]. Фільтр Калмана є математичним методом для обчислення оптимальних оцінок станів динамічної системи [6]. Ці поточкові значення SV передаються по шині процесу підстанції з високою частотою вибірки 80 або 256 вибірок/період.

Стандарт [7] визначає шину процесу та шину підстанції, обидві підтримують технологію Ethernet. Шина процесу реалізує стандартизовані значення пропускної здатності BW: 0,1, 1 та 10 Гбіт/с. Блок об'єднання MU (Merging Unit) відповідає за відбір та створення високопоточкових пакетів SV. Блок об'єднання MU – це пристрій для оцифрування аналогових сигналів, отриманих від вимірювальних трансформаторів струму та напруги, та перетворення їх у цифровий формат для передачі через комунікаційну мережу.

Енергосистема у процесі свого функціонування широко використовує точну синхронізацію часу як фундаментальний інструмент для забезпечення ефективного моніторингу стану мережі, підвищення ситуаційної обізнаності операторів, узгодженої координації режимів роботи та реалізації функцій релейного захисту й автоматики. У складних та географічно розподілених застосуваннях усі засоби вимірювання, керування та обробки даних повинні

бути жорстко синхронізовані відносно єдиного еталонного часу – всесвітнього координованого часу UTC (Coordinated Universal Time). Така синхронізація є необхідною умовою для коректної інтеграції даних, отриманих із різних вузлів енергосистеми, а також для забезпечення узгодженої роботи децентралізованих алгоритмів аналізу та керування в реальному часі.

Для технології синхрофазорів потрібен надійний доступ до UTC, оскільки PMU мають одні з найжорсткіших вимог до точності часу серед усіх устаткувань у енергосистемі, через високочастотну звітність та широке географічне розташування пристроїв. Концентратори фазорних даних PDC (Phasor Data Concentrator) виконують збір, обробку та вирівнюють за часом дані від кількох PMU [8].

У більшості сучасних пристроїв синхронізованих векторних вимірювань, що експлуатуються в енергосистемах України, основним джерелом синхронізації часу залишається сигнал глобальної навігаційної супутникової системи GPS [9]. Водночас супутникові сигнали GPS характеризуються низькою енергетичною потужністю на приймальній стороні, що робить їх особливо вразливими до впливу як антропогенних, так і природних факторів. До таких факторів належать електромагнітні завади, навмисне або ненавмисне глушіння сигналу, а також спуфінг, тобто «підміни» сигналу супутника, який може призводити до навмисного викривлення часових міток.

Порушення доступності або цілісності GPS-сигналу можуть негативно впливати на функціонування синхрофазорної інфраструктури, зокрема спричиняти помилкові спрацювання алгоритмів моніторингу, формування хибних тривог та зростання експлуатаційних витрат, пов'язаних із додатковими перевірками та втручанням персоналу. Водночас за сучасних умов такі збої, як правило, не призводять до масштабних аварійних відмов енергосистеми, однак істотно знижують надійність та довіру до результатів вимірювань.

З огляду на зазначені уразливості, рішення, що базуються виключно на використанні GPS як джерела точного часу, не можуть розглядатися як достатні для забезпечення критично важливих застосувань. До моменту впровадження резервованих та захищених механізмів синхронізації, а також гарантування цілісності часових міток і вимірювальних даних, використання PMU для автоматизованого керування та інших відповідальних функцій має бути обмеженим [10]. Слід враховувати, що перспективні застосування технології синхрофазорів висувають надзвичайно жорсткі вимоги до точності синхронізації, які можуть передбачати забезпечення часової роздільної здатності на рівні до 1 мікросекунди. Передавання вимірних значень синхрофазорів у режимі реального часу є одним із ключових компонентів функціонування систем моніторингу енергосистем. Оскільки технологія синхрофазорів потребує високої точності, мінімальної затримки та гарантованої пропускну здатності, спроможність локальних обчислювальних мереж (ЛОМ) забезпечувати стабільну передачу даних без додаткових спотворень має вирішальне значення.

Вплив типу мережевої технології та доступної пропускну здатності на формування сумарної векторної похибки TVE при передаванні потоків SV стандартизовані у [7].

SV-пакети передаються з високою частотою вибірки, що створює значне навантаження на мережу і вимагає від ЛОМ не лише достатньої пропускну здатності, але й стабільного часу доставки пакетів. Будь-які затримки, варіації затримок або втрати пакетів безпосередньо впливають на якість реконструкції фазора та можуть збільшувати TVE за межі допустимих норм.

Оскільки SV-трафік є часово критичним, у стандарті IEC61850 визначено кілька типів мережевих технологій, які можуть бути застосовані для передачі цих потоків. Розглянемо три найпоширеніші моделі ЛОМ: CSMA/CD, CSMA/AMP та комутований Ethernet. Кожна з них має різні механізми доступу до середовища й відповідно різний рівень детермінованості передавання інформації.

Множинний доступ з контролем несучої частоти та виявленням колізій CSMA/CD (Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection) це технологія множинного доступу до загального середовища в локальній комп'ютерній мережі з контролем колізій. Коли мережеве середовище зайняте кількома вузлами одночасно, виникають колізії, тобто накладання сигналів

один на одного, що призводить до повторної передачі та збільшення часу доставки пакету. У системах, де критично важлива мінімальна затримка, цей механізм стає суттєвим джерелом похибок.

Множинний доступ з контролем несучої частоти, арбітражем, моніторингом та пріоритетом CSMA/AMP (Carrier Sense Multiple Access with Arbitration, Monitoring, and Priority) передбачає пріоритетне обслуговування трафіку. У разі колізії перевага надається повідомленням із вищим пріоритетом, що частково зменшує випадковість у часі доставки пакетів. Проте при збільшенні кількості вузлів навіть цей механізм може спричинити надмірні затримки.

Комутований Ethernet забезпечує найвищий рівень детермінованості, оскільки кожен вузол має окремий канал зв'язку з комутатором. Відсутність колізій та підтримка повнодуплексного режиму значно підвищують надійність передачі SV-трафіку.

Результати аналізу підтверджують, що здатність до підтримання TVE $\leq 1\%$ залежить не лише від алгоритмів обробки сигналів, але й від вибору мережевої інфраструктури. Для ефективного функціонування PMU і SV-передачі в рамках WAMS необхідно забезпечити:

- достатню пропускну здатність 1–10 Гбіт/с залежно від типу мережі;
- мінімізацію колізій та джитеру, тобто небажаного відхилення від ідеальної періодичності або синхронності сигналу;
- використання комутованих рішень із високою детермінованістю передачі.

Похибки вимірювання PMU, спричинені як помилками самого пристрою (алгоритм, точність синхронізації), так і вимірювальними каналами (вимірювальні трансформатори, кабелі) є критично важливими для надійності застосувань WAMS.

Для кількісної оцінки впливу похибок вимірювання на застосування WAMS описано результати з помилками та без них [6]. Застосунки WAMS поділяються на ті, що мають **якісні виходи** (виявлення коливань, острівного режиму) та **кількісні виходи** (місцезнаходження несправності, динамічні характеристики лінії). Для якісних виходів вплив вимірюється коефіцієнтом відмов, що включає невдале виявлення та хибні тривоги. Для кількісних виходів вплив описується похибкою вихідних результатів.

Локалізація порушень енергосистеми. Програми визначення місцезнаходження порушень в енергосистемі застосовуються для оперативного виявлення та просторової локалізації збурень, зокрема таких подій, як раптова втрата генерувальних потужностей або інші значні дисбаланси режиму. В основі відповідних алгоритмів лежить принцип поширення електромеханічної хвилі вздовж електричної мережі, яка виникає внаслідок порушення усталеного режиму та реєструється фазовимірювальними пристроями, розташованими у різних вузлах системи. Локалізація джерела збурення здійснюється шляхом аналізу різниці часу прибуття TDOA (Time Difference of Arrival) зміщення фазового кута, зафіксованого різними PMU, що дозволяє визначити координати події у просторі мережі. TDOA – це метод визначення місцезнаходження джерела сигналу, що базується на розрахунку різниці в часі прибуття одного й того самого сигналу до кількох приймачів із відомими координатами. При цьому параметр TDOA виступає кількісним виходом алгоритму локалізації та безпосередньо впливає на точність визначення місця порушення.

Виявлення коливань. Виявлення міжсистемних коливань в енергосистемі ґрунтується на аналізі вимірювань відносних фазових кутів між вибраними вузлами мережі та їхньому порівнянні з попередньо визначеними пороговими значеннями. Проте ефективність такого аналізу безпосередньо залежить від сумарної невизначеності вимірювального каналу, яка складається з похибок вимірювальних трансформаторів струму/напруги та самих пристроїв PMU. Оскільки вимірювальні трансформатори можуть мати як позитивні, так і від'ємні похибки, при їхніх різних знаках результуюча похибка різниці кутів лише зростає. Це створює значне статичне зміщення у вимірюваннях, яке необхідно враховувати при калібруванні системи, оскільки воно може бути співмірним з амплітудою самих коливань.

Похибки оцінки фазового кута, величина яких у динамічних режимах може досягати значень, допустимих стандартом (зокрема, TVE до 3% для модульованого вхідного сигналу, що відповідає приблизно $1,8^\circ$ за номінальної частоти 50 Гц), здатні суттєво впливати на на-

дійність алгоритмів виявлення. Зокрема, у випадку неколивальних режимів, коли випадкові флуктуації фазового кута або похибки вимірювання перевищують встановлені порогові значення, виникає ризик хибного спрацювання алгоритму та формування помилкової тривоги.

Результати аналізу підтверджують, що за наявності реальної події міжсистемного коливання кутова похибка PMU з високою ймовірністю не призводить до невдалого виявлення. Водночас частота хибних спрацювань істотно зростає зі збільшенням похибки фазового кута.

Виявлення острівного режиму. Виявлення острівного режиму, тобто стану ізольованого функціонування ділянки мережі з підключеною розподіленою генерацією, належить до класу якісних застосувань WAMS. Такі алгоритми спрямовані не на точну кількісну оцінку параметрів режиму, а на своєчасне розпізнавання факту виникнення острівного режиму з метою забезпечення безпеки та надійності роботи енергосистеми. Одним із найбільш поширених підходів до виявлення острівного режиму є метод, заснований на аналізі частотних характеристик, який використовує миттєве відхилення частоти FD (Frequency Deviation) та інтеграл відхилення частоти IOFD (Integral of Frequency Deviation), як ключові діагностичні показники [6].

Динамічна оцінка пропускної здатності ліній. Динамічна оцінка пропускної здатності повітряних ліній електропередачі DLR (Dynamic Line Rating) належить до класу кількісних застосувань широкомасштабних систем моніторингу та спрямована на визначення максимально допустимого струмового навантаження лінії з урахуванням її поточного теплового стану. Для реалізації цього підходу використовуються синхронні вимірювання фазорів напруги та струму, отримані пристроями синхронізованих векторних вимірювань PMU, встановленими на обох кінцях лінії електропередачі, що дає змогу оцінити її електричні параметри, зокрема комплексний опір. Додатково до електричних вимірювань у розрахунках DLR враховуються метеорологічні дані, такі як температура навколишнього середовища, швидкість і напрямок вітру, які істотно впливають на тепловий баланс провідника.

Наявність похибок у вимірюваннях PMU неминуче призводить до невизначеності в оцінці параметрів лінії та, як наслідок, до похибки результатів динамічної оцінки пропускної здатності. У більшості випадків основну увагу зосереджено на оцінці впливу похибки фазового кута, оскільки саме вона є домінуючим фактором, що визначає точність обчислення опору лінії та подальших теплових розрахунків. Навіть відносно невеликі кутові похибки можуть призводити до суттєвого розкиду оцінок DLR, особливо в режимах, близьких до граничних.

Проведене дослідження сумарної векторної похибки TVE у локальних обчислювальних мережах підтвердило, що ефективність і надійність функціонування пристроїв синхронізованих векторних вимірювань критично залежать як від типу використовуваної мережевої технології, так і від доступної пропускної здатності каналу зв'язку. Отримані результати показали, що комутований Ethernet забезпечує найвищий рівень продуктивності та детермінованості передачі даних, задовольняючи вимоги щодо допустимого рівня TVE при пропускних здатностях 1 Гбіт/с і 10 Гбіт/с. Водночас стандартизована швидкість 0,1 Гбіт/с виявилася недостатньою для підтримання вимог до TVE для всіх розглянутих типів локальних мереж, що обмежує можливість її використання у часово критичних синхрофазорних застосуваннях.

Висновки.

1. Надійне функціонування технології синхрофазорів у складі широкомасштабних систем моніторингу енергосистем WAMS значною мірою визначається цілісністю та доступністю джерел точного часу. З огляду на вразливість супутникових систем синхронізації, зокрема GPS, до завад, глушіння та спуфінгу, існують суттєві ризики для реалізації критично важливих застосувань, включаючи автоматизоване керування режимами енергосистеми. До моменту впровадження резервованих, захищених і високонадійних механізмів розподілу часу використання синхрофазорних вимірювань у автоматизованому керуванні енергосистемами неможливе.

2. Аналіз чутливості застосувань WAMS до похибок вимірювання показав явну залежність їхньої продуктивності від типу реалізованого алгоритму. Зокрема, застосування з кількісними виходами, такі як локалізація порушень у мережі та динамічна оцінка пропускної здатності ліній DLR, характеризуються високою чутливістю до похибок фазового кута. Навіть динамічні похибки PMU, що залишаються в межах допустимих значень стандарту, можуть призводити до значних похибок у визначенні місця збурення або оцінці пропускної здатності ліній, що знижує практичну цінність отриманих результатів. Водночас застосування з якісними виходами, зокрема алгоритми виявлення міжсистемних коливань, менш схильні до невдалого виявлення подій, проте залишаються вразливими до хибних спрацьовувань. Частота таких хибних тривог зростає зі збільшенням похибки фазового кута, особливо за умов наявності неколивальних флуктуацій великої амплітуди, що негативно впливає на надійність та сприйняття системи операторами.

3. Ефективним шляхом підвищення точності результатів, зокрема, для задач динамічної оцінки пропускної здатності ліній, є компенсація та калібрування похибок вимірювального каналу. Усунення систематичних похибок трансформаторів та з'єднувальних елементів дає змогу зменшити вимоги до точності самих пристроїв синхронізованих векторних вимірювань без погіршення кінцевої точності результатів, що є практично доцільним та економічно обґрунтованим підходом.

4. У цілому для забезпечення надійного функціонування інтелектуальних енергетичних мереж у перспективі необхідні суттєві вдосконалення систем розподілу точного часу, а також подальше уточнення вимог до точності синхрофазорних вимірювань з урахуванням динамічних режимів роботи та специфіки алгоритмів конкретних застосувань WAMS.

Роботу виконано в рамках теми “Розвиток цифровізації енергосистем та розробка засобів адаптації проти-аварійного автоматичного керування електричними режимами при переході до синхронної роботи ОЕС України з енергосистемою континентальної Європи ENTSO-E” (Шифр: АРІАКЕР).

1. Стогній Б.С., Сопель М.Ф. Основи моніторингу в електроенергетиці. Про поняття моніторингу. *Технічна електродинаміка*. 2013. № 1. С. 62–69. URL: <https://techned.org.ua/index.php/techned/article/view/1142/1016>
2. Кириленко О.В., Стогній Б.С., Денисюк С.П., Сопель М.Ф. Smart-моніторинг електроенергетичних систем. *Технічна електродинаміка*. 2024. № 5. С. 48–62. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.05.048>
3. Steinmetz C. P. Theory and calculation of alternating current phenomena vol. 4: McGraw-Hill Book Company, inc., 1916. <https://archive.org/details/theorycalculation00steirich/page/6/mode/2up>
4. IEEE 1344-1995 IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems <https://ieeexplore.ieee.org/document/8684605/amendments#amendments>
5. IEEE C37.118.1-2011 IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems <https://ieeexplore.ieee.org/document/6111219>
6. Phadke A. Synchronized phasor measurements in power systems. *IEEE, Computer Applications in Power*, 1993. Vol. 6. Pp. 10–15. <https://ieeexplore.ieee.org/document/207465>
7. IEC 61850-9-2:2011 Communication networks and systems for power utility automation - Part 9-2: Specific communication service mapping (SCSM) - Sampled values over ISO/IEC 8802-3 <https://webstore.iec.ch/en/publication/6023>
8. Денисюк С.П., Сопель М.Ф., Сподинський О.В., Довгодько Ю.М. Синхрофазори в сучасних енергосистемах: визначення, вимірювання та архітектура WAMS. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. 2025. Т. 15(2). С. 181–187. DOI: <https://doi.org/10.32782/2220-8674-2025-15-2-21>
9. Белоха Г.С., Денисюк С.П., Дерев'яноко Д.Г., Жуйков В.Я., Сопель М.Ф., Сподинський О.В. SMART-моніторинг ефективності функціонування локальних електроенергетичних систем. Одеса: Видавничий дім «Гальветика», 2025. 280 с.
10. Блінов І.В., Денисюк С.П., Лежнюк П.Д., Ущиповський К.В., Слободян Р.О., Козачук О.І., Мірошник В.О., Сподинський О.В. Цифрова трансформація електроенергетики України. Реалізація в умовах воєнного стану та повоєнного відновлення. Одеса: Видавничий дім «Гальветика», 2024. 362 с.

B.S. Stognii, O.V. Spodynskyi

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Beresteyskiy ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine
e-mail: a.spodynskyi@gmail.com

In this paper, the total vector error (TVE) of the estimated phasor is assessed for different local area network (LAN) access environments defined in Standard IEEE C37.118.1-2011, and the critical role of accurate time synchronization for synchrophasor technology is investigated. Phasors synchronized to absolute time constitute the foundation of phasor measurement units (PMUs), which are widely used for power system monitoring. The TVE assessment is performed for three local network models – CSMA/CD, CSMA/AMP, and switched Ethernet – taking into account standardized network bandwidth (BW) values of 0.1, 1, and 10 Gbit/s in accordance with Standard IEC 61850-9-2:2011, as well as the number of network nodes. A methodology for evaluating the impact of internal and external PMU measurement errors on the performance of critical wide-area monitoring system (WAMS) applications is analyzed, including disturbance localization, oscillation detection, and dynamic line rating (DLR). The analysis results demonstrate that TVE is highly sensitive to the type of local area network and the number of nodes, while the accuracy of time synchronization remains a significant challenge affecting the reliability of WAMS applications. Ref. 10.

Keywords: phasor, power system, local area network, total vector error, time synchronization, PMU, WAMS.

1. Stognii B.S., Sopol M.F. Fundamentals of monitoring process in electroenergy. About the concept of monitoring process. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2013. No 1. Pp. 62–69. (Ukr) URL: <https://techned.org.ua/index.php/techned/article/view/1142/1016>
2. Kyrylenko O.V., Stognii B.S., Denysiuk S.P., Sopol M.F. Smart-monitoring of electrical power systems. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 5. Pp. 48–62. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.05.048>
3. Steinmetz C. P., Theory and calculation of alternating current phenomena vol. 4: McGraw-Hill Book Company, inc., 1916. <https://archive.org/details/theorycalculation00steirich/page/6/mode/2up>
4. IEEE 1344-1995 IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems <https://ieeexplore.ieee.org/document/8684605/amendments#amendments>
5. IEEE C37.118.1-2011 IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems <https://ieeexplore.ieee.org/document/6111219>
6. Phadke A. Synchronized phasor measurements in power systems. *IEEE, Computer Applications in Power*, 1993. Vol. 6. Pp. 10–15. <https://ieeexplore.ieee.org/document/207465>
7. IEC 61850-9-2:2011 Communication networks and systems for power utility automation - Part 9-2: Specific communication service mapping (SCSM) - Sampled values over ISO/IEC 8802-3 <https://webstore.iec.ch/en/publication/6023>
8. Denysiuk S.P., Sopol M.F., Spodynskyi O.V., Dovhodko Y.M. Synchrophasors in Modern Power Systems: Definition, Measurement, and WAMS Architecture. *Scientific bulletin of Tavria State Agrotechnological University*, 2025. Vol. 15, No. 2 T. 15(2). Pp. 181–187. DOI: <https://doi.org/10.32782/2220-8674-2025-15-2-21>
9. Bielokha H.S., Denysiuk S.P., Derevianko D.H., Zhuikov V.Y., Sopol M.F., Spodynskyi O.V. SMART Monitoring of the Operational Efficiency of Local Electric Power Systems. Odesa: Galvetika Publishing House, 2025. 280 p.
10. Blinov I.V., Denysiuk S.P., Lezhniuk P.D., Ushchapovskyi K.V., Slobodian R.O., Kozachuk O.I., Miroshnyk V.O., Spodynskyi O.V. Digital Transformation of the Electric Power Industry of Ukraine: Implementation under Martial Law and Post-War Recovery. Odesa: Galvetika Publishing House, 2024. 362 p.

Надійшла: 22.12.2025

Прийнята: 16.02.2026

Submitted: 22.12.2025

Accepted: 16.02.2026

УДК 621.311

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73.012>

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦІЇ ПОКАЗНИКА SAIDI ЗА СТРУКТУРОЮ АВАРІЙНИХ ПЕРЕРВ ДЛЯ ОБҐРУНТУВАННЯ ПРІОРИТЕТІВ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ РОЗПОДІЛЬНИХ МЕРЕЖ

О.В. Гай^{1*}, канд. техн. наук, Г.А. Гай^{2**}, канд. пед. наук, І.В. Блінов^{1***}, чл.-кор. НАН України

1 – Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна

e-mail: blinovihor@gmail.com, gaalxold@gmail.com

2 – Національний університет біоресурсів і природокористування України,
03041, вул. Героїв Оборони, 15, Київ, Україна

e-mail: gtatana704@gmail.com

У роботі запропоновано метод декомпозиції показника SAIDI за структурою аварійних перерв на основі аналізу ретроспективних даних технологічних порушень у розподільних електричних мережах. Метод базується на статистичному аналізі тривалості відновлення електропостачання з виділенням двох характерних режимів: «коротких» аварійних перерв, зумовлених пошуком місця пошкодження та оперативними перемикаваннями, і «довгих» перерв, що додатково включають ремонтно-відновлювальні роботи. Межу між режимами визначено формально на основі максимуму узгодженості емпіричного розподілу з нормальним законом за критерієм Колмогорова–Смирнова. Показано, що для коротких аварійних перерв доцільним є наближення нормальним розподілом, тоді як для довгих перерв адекватний опис забезпечують розподіли з «довгим хвостом» (логнормальний або Парето). На основі запропонованої декомпозиції виконано кількісну оцінку внеску кожної з зон у формування показника SAIDI та встановлено, що довгі аварійні перерви, незважаючи на меншу частку подій, формують домінуючий внесок в інтегральну тривалість перерв. Запропонований метод дозволяє обґрунтувати пріоритети підвищення надійності розподільних мереж без переходу до задач оптимізації, зосереджуючи увагу на впливі завдань локалізації аварійних ділянок і скорочення тривалості ремонтно-відновлювальних робіт. Отримані результати можуть бути використані як інженерний інструмент підтримки прийняття рішень при формуванні програм підвищення надійності за умов обмеженої доступності детальної експлуатаційної інформації. Бібл. 14, рис. 4, таблиця.

Ключові слова: SAIDI, надійність електропостачання, розподільні електричні мережі, ретроспективні дані, статистичне моделювання, критерій Колмогорова–Смирнова, розподіл Парето, логнормальний розподіл, ранжування заходів.

Вступ. Надійність електропостачання є однією з ключових характеристик якості послуг операторів систем розподілу (ОСР) і оцінюється, зокрема, індексом середньої тривалості перерв SAIDI, який використовується у регуляторній звітності, при формуванні інвестиційних програм та під час контролю дотримання нормативних показників якості електропостачання [1]. В умовах трансформації електроенергетичного сектору, зростання складності режимів роботи мереж, підвищення вимог до керованості, автоматизації та цифровізації розподільних електричних мереж, актуалізується задача обґрунтованого вибору технічних і організаційних заходів, спрямованих на зниження інтегральних показників ненадійності [2, 3].

Практичні статистичні дані про аварійні відключення в розподільних мережах характеризуються суттєвою неоднорідністю як за причинами виникнення, так і за тривалістю відновлення електропостачання. Зокрема, значна частка подій має відносно малу тривалість і пов'язана переважно з пошуком місця пошкодження та виконанням оперативних перемикавань, тоді як менша за кількістю група подій із тривалим часом відновлення, зумовлена необхідністю ремонтно-відновлювальних робіт, формує основну частину значення показника SAIDI. Така неоднорідність призводить до того, що ефективність різних заходів підвищення надійності істотно залежить від того, на який саме етап процесу відновлення електропостачання вони впливають [4–6].

Сучасні підходи до підвищення надійності систем розподілу охоплюють застосування засобів секціонування, дистанційно керованих комутаційних апаратів, індикаторів



пошкоджень, елементів автоматизації та диспетчерського управління, а також інтеграцію розподілених джерел енергії, систем накопичення та мікромереж [7–14]. Значна частина досліджень зосереджена на оптимізації розміщення або кількості окремих типів технічних засобів підвищення надійності, часто з використанням детальних топологічних моделей мереж або задач комбінаторної оптимізації [9–12]. Разом із тим у практиці планування діяльності ОСР переважає використання інтегральних показників (SAIDI, SAIFI), що не містять прямої прив'язки до конкретних елементів мережі, але саме вони визначають економічні наслідки та інвестиційні обмеження.

Подібний поділ процесу відновлення електропостачання на окремі технологічні стадії – локалізацію пошкодження, оперативне відновлення живлення неушкоджених ділянок та ремонт – узгоджується як із класичними моделями надійності електропостачання, так і з сучасними підходами до оптимізації структури розподільних мереж і засобів керування ними [4, 5, 11, 12]. Разом із тим у більшості відомих робіт вплив часової структури аварійних подій на формування інтегральних показників надійності розглядається опосередковано або в межах спрощених середніх оцінок, що ускладнює кількісне порівняння ефективності альтернативних технічних рішень за умов обмежених інвестиційних ресурсів.

В умовах зростання частки автоматизованих елементів, мікромереж та інтелектуальних систем керування особливої актуальності набуває поєднання статистичного аналізу фактичних технологічних порушень із моделями оцінювання ефективності різномірних засобів підвищення надійності, які мають функціонально відмінний вплив на різні етапи процесу ліквідації аварійних ситуацій [6, 7, 11, 12, 14]. Це зумовлює доцільність декомпозиції статистики аварійних відключень за ознакою тривалості відновлення та побудови моделей, що дозволяють кількісно оцінити внесок «коротких» і «довгих» перерв у формування показника SAIDI та відповідно обґрунтувати пріоритети впровадження заходів підвищення надійності.

У зв'язку з викладеним актуальною є задача аналітичного дослідження структури аварійних перерв в електропостачанні розподільних електричних мереж, що базується на розподілі аварійних подій за тривалістю відновлення електропостачання та оцінюванні внеску коротких і довгих перерв у формування показника SAIDI. Такий підхід забезпечує можливість обґрунтування пріоритетів впливу на окремі елементи та технологічні етапи процесу відновлення електропостачання при плануванні заходів підвищення надійності, зберігаючи сумісність із практикою використання інтегральних показників у регуляторній звітності ОСР.

Метою дослідження є аналіз структури аварійних перерв в електропостачанні розподільних електричних мереж та оцінювання внеску коротких і довгих аварійних відключень у формування показника SAIDI з метою обґрунтування пріоритетів впливу на окремі елементи та технологічні етапи процесу відновлення електропостачання при плануванні заходів підвищення надійності.

Задача дослідження полягає в аналізі ретроспективної статистики аварійних відключень у розподільних електричних мережах, декомпозиції аварійних перерв за тривалістю відновлення електропостачання та оцінюванні внеску коротких і довгих відключень у формування показника SAIDI з метою обґрунтування пріоритетів впливу на елементи і технологічні етапи процесу відновлення електропостачання при підвищенні надійності мереж.

Матеріали та методи. Емпіричну базу дослідження сформовано на основі ретроспективних статистичних даних про технологічні порушення в розподільних електричних мережах міського типу за багаторічний період спостережень. З метою узгодження вибірки з типовими експлуатаційними припущеннями та обмеження впливу викидів тривалість ліквідації окремих аварійних подій була обмежена максимальним значенням 22 години, що відповідає практиці експлуатації розподільних мереж і регуляторним вимогам до якості електропостачання.

Для аналізу аварійні події було згруповано за узагальненими класами елементів розподільної мережі (елемент 1, елемент 2, ..., елемент N) без деталізації їхніх

конструктивних або номінальних параметрів. До таких класів, зокрема, належали події, пов'язані з кабельними та повітряними лініями різних класів напруги, а також іншими елементами мережі, для яких у статистичних даних фіксувалися аварійні відключення.

Окрему групу сформували події, для яких у вихідних даних відсутня однозначна ідентифікація первинного елемента, що спричинив порушення. Така агрегація дозволила виконати структурний аналіз аварійних відключень без прив'язки до конкретної топології або конфігурації мережі, зберігаючи репрезентативність інтегральних статистичних характеристик, а також сформувати колово діаграму розподілу відмов за узагальненими групами елементів (рис. 1 б).

На основі гістограм розподілу часу відновлення електропостачання (рис. 1 а) висунуто гіпотезу про наявність двох характерних режимів процесу відновлення. Перший режим відповідає «коротким» аварійним перервам, тривалість яких визначається, переважно, часом пошуку місця пошкодження та виконанням оперативних перемикачів. Другий режим відповідає «довгим» аварійним перервам, які, окрім зазначених операцій, включають виконання ремонтно-відновлювальних робіт.

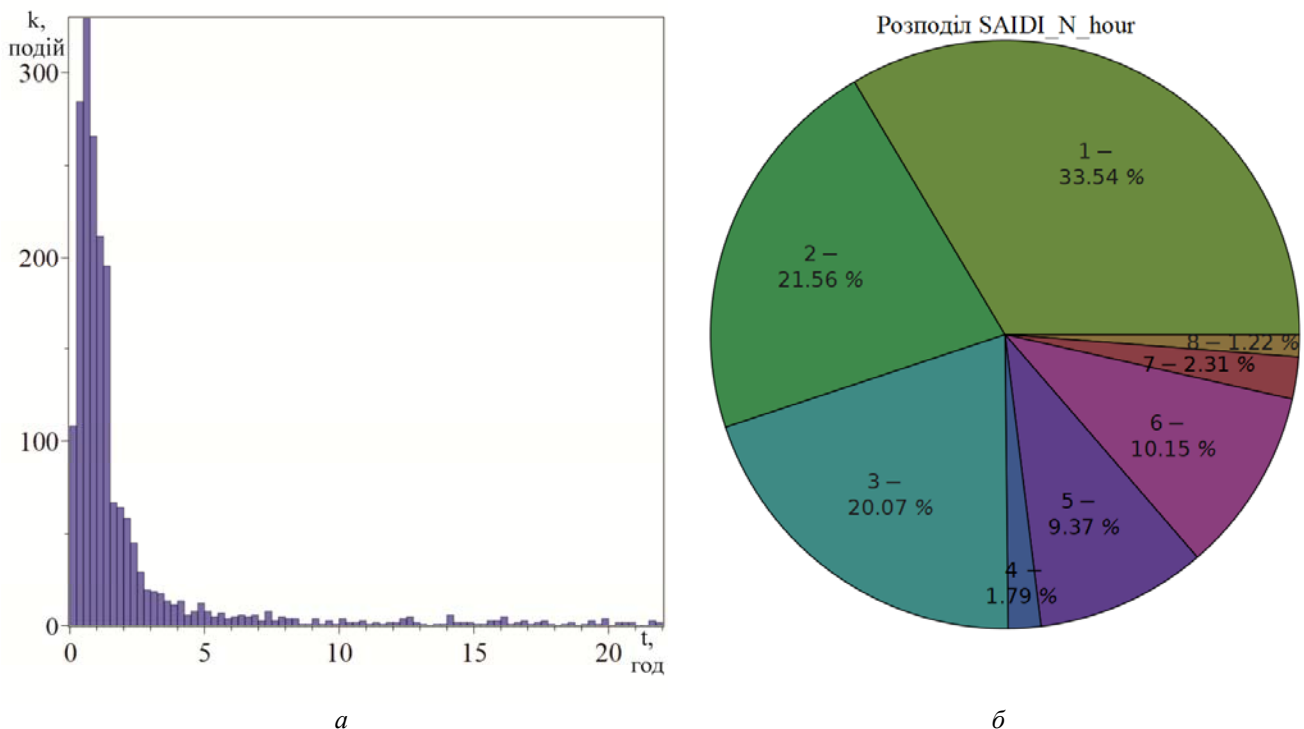


Рис. 1. Гістограма розподілу часу відновлення електропостачання та колово діаграма розподілу відмов за узагальненими групами елементів

Межу між короткими та довгими аварійними перервами m визначали на основі статистичного критерію узгодженості, максимізуючи правдоподібність припущення щодо нормального характеру розподілу часу відновлення в першій зоні. Для цього використовували критерій Колмогорова–Смирнова (KS-тест) у поєднанні з аналізом емпіричної функції розподілу (ECDF). Значення m приймалося таким, за якого відхилення між емпіричною та теоретичною функціями розподілу для першої зони було мінімальним.

Для опису статистичних властивостей коротких аварійних перерв як базову модель прийнято нормальний розподіл часу відновлення. Для довгих аварійних перерв, з огляду на асиметрію вибірки та наявність «довгого хвоста», застосовано розподіли з важким хвостом, зокрема розподіл Парето та логнормальний розподіл. Параметри відповідних розподілів оцінювалися за методом максимальної правдоподібності з використанням агрегованих даних для кожного узагальненого класу елементів.

Оцінювання внеску коротких і довгих аварійних перерв у формування інтегрального показника SAIDI здійснювалося шляхом порівняльного аналізу їхньої частоти виникнення та

середньої тривалості, що дало змогу визначити домінуючі режими відновлення з точки зору впливу на загальне значення показника надійності.

Математична модель. Сформована на основі припущення, що у наявній ретроспективній статистиці аварійних відключень відсутня детальна інформація щодо кількості знеструмлених споживачів для кожної окремої події. У зв'язку з цим на початковому етапі аналізу вважається, що кількість відключених споживачів у межах розглядуваної вибірки є сталою величиною. За такого припущення внесок аварійної події у формування інтегрального показника SAIDI можна оцінювати пропорційно тривалості відповідної перерви в електропостачанні. Прийняте припущення про сталість множника кількості знеструмлених приєднань у межах вибірки використано для оцінювання внеску подій у SAIDI пропорційно тривалості перерв. За умов, коли середнє значення n_i не демонструє систематично різної структури між групами коротких і довгих перерв, таке припущення не змінює якісного висновку щодо домінування довгих перерв у формуванні SAIDI та відповідного ранжування пріоритетів заходів; воно впливає переважно на абсолютні оцінки, а не на відносні частки внеску.

Відповідно для вибірки з M аварійних подій узагальнену оцінку показника SAIDI визначали у вигляді величини, пропорційної сумарній тривалості перерв:

$$SAIDI_{\text{сумарне}} = \frac{\sum n_i t_i}{N} \approx \sum_{i=1}^k t_i, \quad (1)$$

де t_i – тривалість i -ї аварійної перерви, год; n_i – кількість абонентських приєднань відключених за i -ї аварійної перерви, шт.; N – загальна кількість абонентських приєднань, шт.; k – загальна кількість подій, шт.

Тобто

$$SAIDI \propto \sum_{i=1}^k t_i. \quad (2)$$

Якщо в розподільній мережі експлуатується скінченна множина елементів, для яких упродовж періоду спостереження зафіксовано аварійні відключення з певними статистичними характеристиками, то для цілей аналізу цю сукупність доцільно подати у вигляді узагальненої системи груп елементів, кожна з яких характеризується однорідними показниками аварійності. У такому разі загальні показники надійності мережі можуть бути визначені через агрегування характеристик окремих груп елементів:

$$SAIDI_{\text{сумарне}} = \sum_j^{\text{узагальнені групи}} SAIDI_{\text{сумарне } j} \approx \sum_j^{\text{узагальнені групи}} \sum_{i=1}^k t_i. \quad (3)$$

З урахуванням результатів статистичного аналізу вводиться двозонна модель часу відновлення електропостачання з граничним значенням m , що розділяє аварійні події на дві групи:

для інтервалу $t \leq m$ – «короткі» аварійні перерви;

для інтервалу $t > m$ – «довгі» аварійні перерви.

Значення m є параметром, що визначається для конкретної вибірки (та/або підвибірки) і може змінюватися залежно від організації оперативно-виїзного обслуговування, конфігурації мережі та якості даних; у роботі m використовується як формалізований інструмент розділення двох режимів відновлення, а не як нормативно фіксована межа.

Межу m визначали шляхом максимізації узгодженості емпіричного розподілу тривалостей у першій зоні з нормальним законом розподілу, використовуючи критерій Колмогорова–Смирнова.

Для перевірки відповідності емпіричного розподілу тривалості коротких аварійних перерв теоретичним моделям формували емпіричну функцію розподілу (ECDF):

$$F_k(x) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k I(X_i \leq x), \quad (4)$$

де X_i – елементи вибірки, k – її обсяг, $I(\cdot)$ – індикаторна функція.

Відповідність емпіричного розподілу заданій теоретичній функції розподілу $F(x)$ оцінювали за критерієм Колмогорова–Смирнова, статистика якого визначається як

$$D_k = \sup_x |F_k(x) - F(x)|. \quad (5)$$

Значення граничного параметра m визначали шляхом аналізу залежності узгодженості емпіричного розподілу тривалості аварійних перерв першої зони з нормальним законом від положення межі між зонами. Для цього застосовували критерій Колмогорова–Смирнова у поєднанні з аналізом емпіричної функції розподілу, що давало можливість оцінити ймовірність прийняття гіпотези нормальності при зміні m . Вказана залежність наведена на рис. 2 і використовується для ілюстрації процедури вибору межі між короткими і довгими аварійними перервами.

Формальна оцінка узгодженості емпіричного та теоретичних розподілів виконувалася з використанням статистичних критеріїв, зокрема критерію Колмогорова–Смирнова, тоді як рис. 3 *a* і *б* наведено для наочного порівняння емпіричної функції розподілу з відповідними теоретичними моделями. За результатами порівняльного аналізу відповідності емпіричних даних коротких аварійних перерв теоретичним моделям, зокрема нормальному, експоненційному, Вейбулла, гамма-, логнормальному, Парето та бета-розподілам, встановлено, що нормальний розподіл характеризується мінімальним відхиленням від емпіричної функції розподілу в межах першої зони, що дозволяє використовувати його як базову модель для опису коротких аварійних перерв.

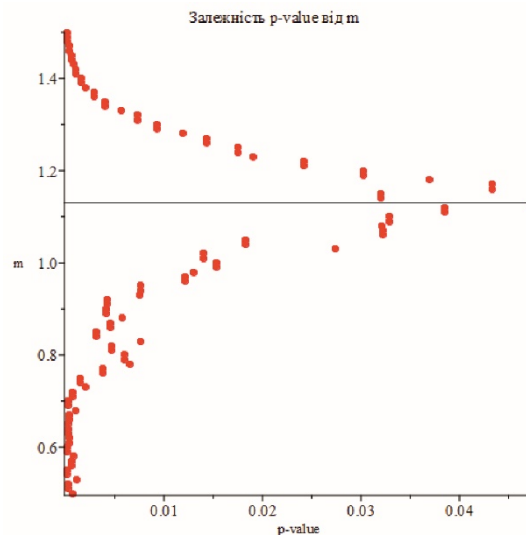


Рис. 2. Залежність ймовірності прийняття гіпотези нормального розподілу для коротких аварійних перерв від положення граничного параметра m

У зв'язку з цим для подальшого аналізу як базові моделі для опису коротких аварійних перерв було прийнято нормальний розподіл з густиною ймовірності:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (6)$$

де μ – математичне сподівання, σ – стандартне відхилення, що оцінювалися за вибірковими залежностями.

Після визначення граничного параметра m та формування вибірки коротких аварійних перерв подальший аналіз було зосереджено на аварійних подіях з тривалістю $t > m$, що відповідають режиму довготривалого відновлення електропостачання. Для цієї групи подій характерною є істотна асиметрія розподілу та наявність значних значень тривалості, зумовлених виконанням ремонтно-відновлювальних робіт, організаційними й логістичними чинниками.

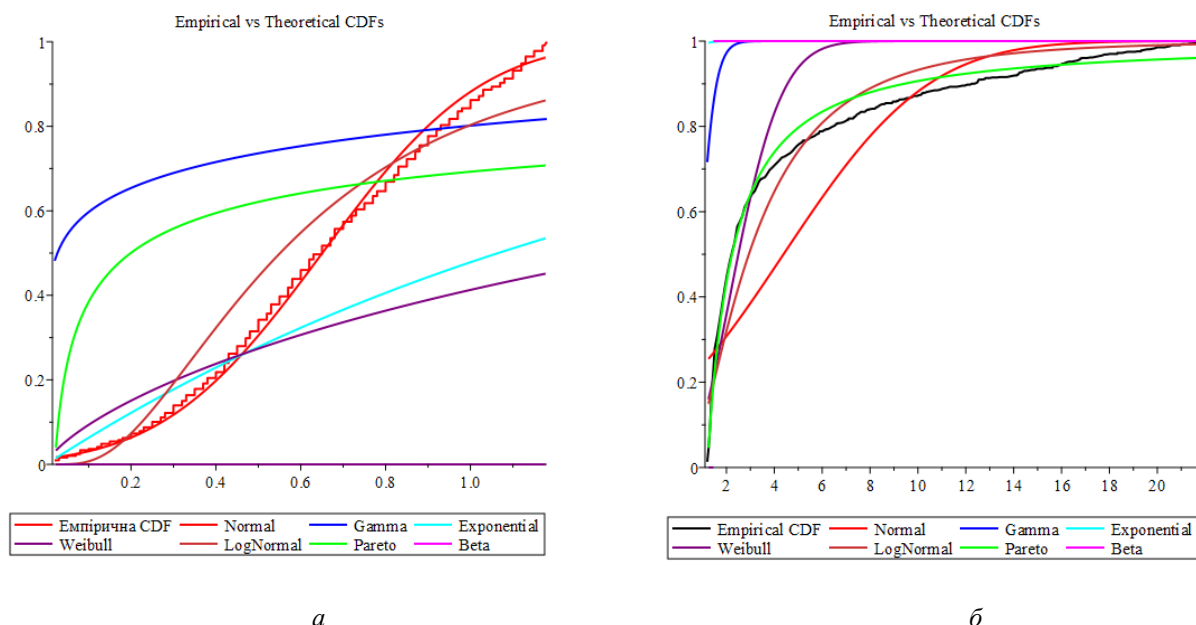


Рис. 3. Порівняння емпіричного розподілу тривалості коротких *a* та довгих *б* аварійних перерв з теоретичними моделями при оцінюванні статистичної узгодженості

З метою визначення теоретичної статистичної моделі, найбільш адекватної емпіричним даним довгих аварійних перерв, було виконано порівняльний аналіз відповідності вибірки таким розподілам: нормальному, експоненційному, Вейбулла, гамма-розподілу, логнормальному, Парето та бета-розподілу. Для кожного з цих розподілів оцінювали ступінь узгодженості з емпіричною функцією розподілу за узагальненими статистичними критеріями відхилення між емпіричною та теоретичною функціями розподілу.

Результати порівняльного аналізу показали, що нормальний, експоненційний, Вейбулла, гамма- та бета- розподіли не забезпечують належного опису правої частини вибірки, оскільки істотно занижують ймовірність великих значень тривалості аварійних перерв. Водночас логнормальний розподіл і розподіл Парето найкраще відтворюють емпіричні дані, зокрема поведінку «довгого хвоста», що є визначальною для формування внеску довгих перерв у інтегральний показник SAIDI. Використання логнормальної та Парето моделей відповідає характеру ремонтно-відновлювальних процесів, де сумарна тривалість формується мультиплікативною (логнормальна) або «важкохвостою» (Парето) природою рідкісних затримок – логістичних, організаційних і технологічних. Формальна оцінка узгодженості емпіричного та теоретичних розподілів виконувалася з використанням статистичних критеріїв, зокрема критерію Колмогорова–Смирнова, тоді як рис. 3 б наведено для наочного порівняння емпіричної функції розподілу з відповідними теоретичними моделями.

У зв'язку з цим для подальшого аналізу як базові моделі для опису довгих аварійних перерв було прийнято логнормальний розподіл та розподіл Парето. Розподіл Парето задавали густиною ймовірності:

$$f(x) = \frac{\alpha x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}}, x \geq x_m, \quad (7)$$

де x_m – мінімальне значення випадкової величини, α – параметр форми.

Логнормальний розподіл описували щільністю:

$$f(x) = \frac{1}{x \sigma_{\ln} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu_{\ln})^2}{2\sigma_{\ln}^2}\right), x > 0, \quad (8)$$

де μ_{\ln} і σ_{\ln} – параметри нормального розподілу для випадкової величини $\ln x$.

Для забезпечення статистичної коректності отриманих результатів додатково виконували оцінювання достатності обсягу вибірки окремо для кожної зони аварійних перерв. Такий аналіз дає змогу обґрунтувати надійність оцінок параметрів розподілів і

відповідно коректність подальших висновків щодо внеску окремих груп подій у показник SAIDI.

Для нормального та логнормального розподілів мінімально необхідний обсяг вибірки визначали за умовою заданої допустимої похибки ε :

$$n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \sigma}{\varepsilon} \right)^2, \quad (9)$$

де $z_{\alpha/2}$ – квантиль нормального розподілу, σ – оцінка стандартного відхилення.

Для степеневих розподілів (розподілу Парето) параметр форми оцінювали за допомогою оцінки Хілла:

$$\hat{\alpha}^{-1} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \left(\frac{X_{(i)}}{X_{(k+1)}} \right), \quad (10)$$

де $X_{(i)}$ – k найбільших впорядкованих за спаданням значень вибірки.

Стабілізація оцінки $\hat{\alpha}$ при зміні кількості врахованих максимальних значень k використовувалася як критерій достатності статистичних даних для опису «довгого хвоста» розподілу.

Виконане оцінювання дозволило відокремити групи аварійних подій з репрезентативною статистикою, для яких отримані оцінки параметрів мають сталий характер, від груп з обмеженим обсягом даних, щодо яких подальші висновки розглядаються як попередні та орієнтовні.

Результати та обговорення. Математичний експеримент полягав у застосуванні запропонованого методу декомпозиції показника SAIDI до інтегральної вибірки аварійних перерв з метою кількісного розділення внеску коротких і довгих подій та оцінювання чутливості показника SAIDI до зміни параметрів кожної з зон.

На першому етапі граничне значення між короткими та довгими аварійними перервами визначали як параметр m , що відповідає максимуму узгодженості вибірки коротких перерв з нормальним законом розподілу за критерієм Колмогорова–Смирнова (рис. 2). Для інтегральної вибірки отримано значення $m = 1,101$ год. Для коротких аварійних перерв ($t \leq m$) встановлено відповідність нормальному розподілу з параметрами $\mu = 0,651$ год та $\sigma = 0,295$ год (рис. 3 а), що інтерпретується як усереднений час, пов'язаний із пошуком місця пошкодження та виконанням оперативних перемикачів.

Для довгих аварійних перерв ($t > m$) за результатами порівняльного аналізу декількох теоретичних моделей найкращу узгодженість з емпіричними даними продемонстрували логнормальний та розподіл Парето (рис. 3 б). Застосування розподілів із «довгим хвостом» є принципово важливим для адекватного опису рідкісних, але тривалих подій, що непропорційно впливають на інтегральне значення SAIDI.

Після визначення межі m та статистичних моделей для кожної із зон було виконано оцінювання кількісного внеску коротких і довгих аварійних перерв у показник SAIDI. За наявної ретроспективної статистики частки подій кожної зони визначали за відносною кількістю аварійних відключень, водночас внесок у SAIDI оцінювали пропорційно сумарній тривалості відповідних подій згідно зі співвідношенням (1).

Результати такого аналізу для інтегральної вибірки наведено на рис. 4 у вигляді суміщеної гістограми частоти появи аварійних перерв та кривої, що відображає їхній зважений внесок у SAIDI. Встановлено, що короткі аварійні перерви становлять 57,87 % загальної кількості подій, однак формують лише 17,27 % сумарного значення SAIDI. Натомість довгі аварійні перерви, частка яких складає 42,13 %, забезпечують 82,73 % внеску до показника SAIDI. Таким чином, незважаючи на меншу імовірність виникнення, довгі аварійні перерви відіграють домінуючу роль у формуванні інтегральної ненадійності електропостачання.

Отримана декомпозиція дає змогу перейти від якісного аналізу до кількісного оцінювання ефективності впливу на показник SAIDI. Зокрема, для кожної зони може бути визначено чутливість SAIDI до зменшення частоти та/або середньої тривалості аварійних перерв. Практично це означає, що зменшення імовірності виникнення або середнього часу

ліквідації довгих аварійних перерв призводить до значно більшого зниження SAIDI у порівнянні з еквівалентним зменшенням параметрів коротких перерв.



Рис. 4. Суміщена гістограма частоти аварійних перерв та їхнього зваженого внеску до показника SAIDI: короткі перерви ($t \leq m$) та довгі перерви ($t > m$)

Зазначене положення добре ілюструється рис. 4: хоча кількість довгих аварійних перерв істотно менша, їхній вклад у інтегральний показник визначається не частотою, а ваговою складовою, пов'язаною з великою тривалістю відновлення. Відповідно пріоритети підвищення надійності мають формуватися з урахуванням структури перерв, а не лише загальної кількості відключень.

З позицій практичного застосування це означає, що заходи, спрямовані на скорочення тривалості ремонтно-відновлювальних робіт та локалізацію аварійної ділянки з частковим відновленням електропостачання, є більш результативними з точки зору зменшення SAIDI, ніж заходи, які впливають виключно на зменшення часу пошуку місця пошкодження. Запропонований метод декомпозиції SAIDI, таким чином, створює формалізовану основу для обґрунтування пріоритетів підвищення надійності розподільних електричних мереж з урахуванням реальної структури аварійних перерв.

Для узагальнення отриманих результатів та оцінювання стабільності запропонованого методу декомпозиції SAIDI проведено аналіз декількох незалежних підвбірок аварійних перерв, що відповідають різним узагальненим класам елементів розподільної мережі. Для кожної підвбірки окремо визначали граничне значення першої зони m , параметри статистичних моделей для коротких і довгих аварійних перерв, частку подій кожної зони та їхній внесок у формування показника SAIDI, а також показники чутливості SAIDI до зміни частоти коротких і довгих аварій. Результати такого аналізу наведено в таблиці.

У таблиці показники “зменшити % подій для зменшення SAIDI на 1%” визначали як величину, обернену до частки внеску відповідної групи перерв у SAIDI за фіксованої середньої тривалості в межах групи, тобто як індикатор чутливості SAIDI до зміни частоти подій у цій групі. Такий показник використовується для інженерного порівняння напрямів впливу без постановки оптимізаційної задачі.

Дані, наведені в таблиці, підтверджують стійкість отриманих закономірностей для різних груп елементів. Незважаючи на істотні відмінності у глибині вибірки, граничному значенні m та середньому часі відновлення коротких аварійних перерв, у всіх розглянутих випадках спостерігається домінування довгих аварійних перерв у формуванні показника

SAIDI. Так, для більшості підвбірок частка довгих аварій не перевищує 50 %, однак їхній внесок у SAIDI становить 60–98 %.

Характеристики	Ел. 1	Ел. 2	Ел. 3	Ел. 4	Ел. 5	Ел. 6	Ел. 7	Ел. 8
1) Глибина вибірки, шт	958	194	173	26	252	264	62	41
2) Межа першої зони, год	1,3	1,8	1,1	2,14	1,15	1,00	0,80	0,80
3) Середній час усунення «короткого» пошкодження (Mean_D1), год	0,683	0,904	0,647	0,912	0,627	0,569	0,515	0,399
4) Відсоток коротких аварій, %	73,25	39,66	25,91	22,54	57,29	50,61	71,18	73,34
5) Відсоток довгих аварій, %	26,75	60,34	74,09	77,46	42,71	49,39	28,82	26,66
6) Вплив на SAIDI від коротких аварій, %	34,55	6,43	3,08	1,47	22,21	19,13	32,82	40,00
7) Вплив на SAIDI від довгих аварій, %	65,45	93,57	96,92	98,53	77,79	80,87	67,18	60,00
8) Зменшити % коротких аварій для зменшення SAIDI на 1%	2,12	6,17	8,41	15,33	2,58	2,65	2,17	1,83
9) Зменшити % довгих аварій для зменшення SAIDI на 1%	0,41	0,64	0,76	0,79	0,55	0,61	0,43	0,44
10) Параметри нормального розподілу (μ ; σ)	$\mu=0,683$; $\sigma=0,315$	$\mu=0,904$; $\sigma=0,399$	$\mu=0,647$; $\sigma=0,237$	$\mu=0,912$; $\sigma=0,521$	$\mu=0,627$; $\sigma=0,282$	$\mu=0,569$; $\sigma=0,227$	$\mu=0,515$; $\sigma=0,123$	$\mu=0,399$; $\sigma=0,241$
11) Розподіл для довгих аварій (тип; параметри)	Парето; $xm=1,3$; $\alpha=1,606$	Логнорм.; $\mu=1,66$; $\sigma=0,807$	Логнорм.; $\mu=1,415$; $\sigma=0,842$	Логнорм.; $\mu=1,605$; $\sigma=0,705$	Парето; $xm=1,15$; $\alpha=1,289$	Парето; $xm=1,0$; $\alpha=1,431$	Парето; $xm=0,8$; $\alpha=1,364$	Парето; $xm=0,8$; $\alpha=1,455$
12) Середній час усунення «довгого» пошкодження, год	2,698	7,286	5,866	6,381	3,093	2,339	1,984	1,835
13) Питома частота відмов (ω), раз км(шт)-рік	0,573	0,161	0,196	0,384	0,099	0,0038	невід.	невід.

Особливо показовими є значення показників чутливості, наведених у рядках 8–9 таблиці. Зменшення частоти довгих аварій на 1 % призводить до зменшення SAIDI в декілька разів швидше, ніж еквівалентне зменшення частоти коротких аварій. Це свідчить про суттєво вищу ефективність заходів, спрямованих на скорочення тривалості або ймовірності довгих аварійних перерв.

Додатково для частини підвбірок було оцінено питомі показники частоти відмов ω , які визначали як усереднену кількість аварійних подій на одиницю протяжності або кількості типового обладнання за одиницю часу:

$$\omega = \frac{1}{T_{\text{спостереження}}} \cdot \frac{N_{\text{відмов типового обладнання}}}{L_{\text{сумарна довжина або кількість типового обладнання}}}, \quad (11)$$

де $T_{\text{спостереження}}$ – тривалість періоду спостереження, років; $N_{\text{відмов типового обладнання}}$ – загальна кількість зафіксованих відмов відповідного узагальненого класу елементів за період спостереження, шт.; $L_{\text{сумарна довжина або кількість типового обладнання}}$ – сумарна протяжність або кількість елементів відповідного класу, що перебували в експлуатації протягом періоду спостереження, км.

Зазначений показник використовувався для перевірки узгодженості статистичних характеристик різних підвбірок та не впливав на загальну логіку декомпозиції показника SAIDI. Отримані значення ω перебувають у типовому діапазоні, характерному для відповідних класів елементів розподільних мереж, що підтверджує репрезентативність використаних статистичних даних.

Висновки. Запропоновано метод декомпозиції показника SAIDI за структурою аварійних перерв, який ґрунтується на аналізі ретроспективної статистики тривалості відновлення електропостачання та дає змогу перейти від інтегрального показника до кількісної оцінки внеску різних режимів аварійних відключень.

Обґрунтовано двозонну модель часу відновлення електропостачання, відповідно до якої короткі аварійні перерви описуються нормальним розподілом, а довгі – розподілами з «довгим хвостом» (логнормальним або Парето). Вибір межі між зонами та статистичних моделей підтверджено формальною перевіркою узгодженості емпіричних даних із теоретичними розподілами.

Кількісно показано непропорційний вплив довгих аварійних перерв на формування показника SAIDI: при меншій частці таких подій у загальній кількості аварій саме вони формують переважну частину інтегральної тривалості перерв, що є стійкою закономірністю для різних підвбірок аварійних даних.

Запропоновано методику оцінювання чутливості показника SAIDI до зміни частоти коротких і довгих аварійних перерв, яка дозволяє порівнювати ефективність впливу на різні складові процесу відновлення електропостачання без переходу до задач оптимізації. Показано, що зменшення імовірності або тривалості довгих аварійних перерв забезпечує значно більший ефект щодо зниження SAIDI порівняно з еквівалентним зменшенням частоти коротких перерв.

На основі отриманої декомпозиції обґрунтовано пріоритети підвищення надійності розподільних мереж, відповідно до яких перевагу слід надавати заходам, спрямованим на локалізацію аварійних ділянок та скорочення тривалості ремонтно-відновлювальних робіт, порівняно з заходами, що впливають виключно на час пошуку місця пошкодження.

Запропонований метод коректний для задач аналізу на основі інтегральних показників і ретроспективної статистики відключень за умов наявності репрезентативної вибірки для оцінювання параметрів розподілів. Подальше підвищення точності можливе за рахунок доповнення первинних даних інформацією про кількість знеструмлених приєднань у кожній події та уточненням ідентифікації первинного елемента порушення.

Показано, що використання питомих показників частоти відмов як контрольного параметра підтверджує репрезентативність застосованих підвбірок та узгодженість статистичних характеристик різних груп аварійних даних. Запропонований метод декомпозиції SAIDI є основою для розроблення практичної методики та засобів підтримки прийняття рішень при формуванні програм підвищення надійності за умов обмеженої доступності детальної експлуатаційної інформації, зокрема обґрунтування інвестицій в заміну обладнання для підвищення надійності функціонування електричних мереж, а також створює основу для формування рекомендацій щодо збору статистичної інформації про пошкодження в електричних мережах, що є важливим напрямом подальших науково-практичних досліджень для підтримки надійності та розвитку електричних мереж.

Публікацію підготовлено в межах виконання наукової роботи "Моделі та засоби підвищення надійності розподільних електричних мереж в умовах зростання генерації відновлюваних джерел енергії" (Монітор-5)» (КПКВК 6541030).

1. Постанова НКРЕКП від 12.06.2018 № 374 «Про затвердження форм звітності щодо показників якості електропостачання та інструкцій щодо їх заповнення».
2. Концепція впровадження «розумних мереж» в Україні до 2035 року: розпорядження Кабінету Міністрів України від 14.10.2022 № 908-р.
3. Енергетична стратегія України на період до 2050 року: розпорядження Кабінету Міністрів України від 21.04.2023 № 373-р.
4. Козирський В.В., Гай О.В. Методи та моделі розрахунку надійності систем електропостачання: монографія. К.: Гнозис, 2013. 563 с.
5. Allan R. N. Reliability evaluation of power systems. Springer, 2013.

6. Kaplun, V., Gai, O., Stetsyuk, P., & Ivlichev, A. (2023). Provision of optimal dispatching scenarios for regional power systems in the face of uncontrollable power shortages. *Machinery & Energetics*, 14(2). DOI: <https://doi.org/10.31548/machinery/2.2023.23>
7. Blinov I., Zaitsev I., Parus E., Berezhnychenko V. Faults indicators applying for smart monitoring system for improving reliability electric power distribution. *Power Systems Research and Operation. Studies in Systems, Decision and Control*. Vol. 220. Springer, 2023. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-17554-1_11
8. Blinov I., Zaitsev I., Parus Ye., Berezhnychenko V. Analysis of the Effectiveness Fault Indicators Use for Control Overhead Power Lines. *2022 IEEE 8th International Conference on Energy Smart Systems (ESS)*. Kyiv, 2022. P. 17–20. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS57819.2022.9969272>
9. Парус Є.В., Блінов І.В., Бець О.Ю. Вибір місць та кількості індикаторів пошкоджень розподільної лінії як задача комбінаторної оптимізації. *Технічна електродинаміка*. 2016. № 5. С. 58–60. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.05.058>
10. Блінов І.В., Парус Є.В., Рибіна О.Б., Танкевич С.Є. Оптимальна архітектура та оснащення системи моніторингу розподільної лінії. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. 2018. Вип. 50. С. 16–22.
11. Popov V., Tkachenko V., Kostyuk V.O., Yarmoliuk O., Frolov I. Optimal Distribution Networks Sectionalizing to Comply Reliability Indexes Regulations. *2022 IEEE 8th International Conference on Energy Smart Systems (ESS)*. 2022. P. 95–100. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS57819.2022.9969256>
12. Volodymyr, K., Oleksandr, G., Oleksandr, S., Savchenko, V., & Svitlana, M. (2020). Optimization of Sectionalization Parameters of Distributive Electric Networks. In *Handbook of Research on Smart Computing for Renewable Energy and Agro-Engineering* (pp. 78-105). IGI Global. DOI: <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-1216-6.ch004>
13. Блінов І., Трач І., Парус Є., Дерев'янка Д., Хоменко В. Регулювання напруги в розподільних мережах засобами розподілених відновлюваних джерел енергії. *Технічна електродинаміка*. 2022. № 1. С. 60–69. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.060>
14. Gai O., Novoseltsev O., Vorushylo A., Khomyak O., Gai H. Features of multi-agent evaluation of microgrid systems efficiency in parallel operation with the power system according to the reliability criterion *Machinery & Energetics*. 2024. Vol. 15, No. 3. P. 73–83. DOI: <https://doi.org/10.31548/machinery/3.2024.73>

METHOD FOR DECOMPOSITION OF SAIDI INDEX BY OUTAGE DURATION STRUCTURE TO JUSTIFY RELIABILITY IMPROVEMENT PRIORITIES IN DISTRIBUTION NETWORKS

O. Gai¹, G. Gai², I. Blinov¹

1 – Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Beresteyskiy ave., 56, 03057, Kyiv, Ukraine

e-mail: blinovihor@gmail.com, gaalxold@gmail.com

2 – National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,

Heroiv Oborony str., 15, 03041, Kyiv, Ukraine

e-mail: gtatana704@gmail.com

The paper proposes a method for decomposing the SAIDI reliability index based on the structure of outage durations using retrospective data on technological disturbances in electric power distribution networks. The method is grounded on a statistical analysis of power supply restoration times with identification of two characteristic outage regimes: short outages, primarily associated with fault location and switching operations, and long outages, additionally involving repair and restoration activities.

The boundary between the two regimes is determined formally by maximizing the agreement between the empirical distribution and the normal distribution according to the Kolmogorov–Smirnov criterion. It is shown that short outages are adequately approximated by a normal distribution, whereas long outages are best described by heavy-tailed distributions, namely the lognormal or Pareto distributions.

Based on the proposed decomposition, the quantitative contribution of each regime to SAIDI formation is evaluated. The results demonstrate that long outages, despite their lower occurrence probability, account for a dominant share of the total interruption duration and therefore have a disproportionate impact on the SAIDI value.

The proposed method enables justification of reliability improvement priorities without transitioning to optimization problems, focusing instead on measures aimed at fault localization and reduction of repair and restoration times. The obtained results may be used as an engineering decision-support tool in the development of reliability improvement programs under conditions of limited availability of detailed operational data. Bibl. 14, figs. 4, table.

Keywords: SAIDI, power supply reliability, distribution electric networks, retrospective data, statistical modeling, Kolmogorov–Smirnov test, Pareto distribution, lognormal distribution, prioritization of reliability measures.

1. Resolution of the National Energy and Utilities Regulatory Commission of Ukraine No. 374 dated 12.06.2018 “On approval of reporting forms on electricity supply quality indices and instructions for their completion” (Ukr)
2. Concept for the implementation of Smart Grids in Ukraine until 2035. Cabinet of Ministers of Ukraine, Order No. 908-r dated 14.10.2022 (Ukr)

3. Energy Strategy of Ukraine until 2050. Cabinet of Ministers of Ukraine, Order No. 373-r dated 21.04.2023 (Ukr)
4. Kozyrskiy V.V., Gai O.V. Methods and models for reliability assessment of power supply systems. Kyiv: Gnozys, 2013. 563 p. (Ukr)
5. Allan R.N. Reliability Evaluation of Power Systems. Springer, 2013.
6. Kaplun V., Gai O., Stetsiuk P., Ivlichev A. Provision of optimal dispatching scenarios for regional power systems under uncontrollable power shortages. *Machinery & Energetics*. 2023, 14(2). DOI: <https://doi.org/10.31548/machinery/2.2023.23>
7. Blinov I., Zaitsev I., Parus Ye., Berezhnychenko V. Fault indicators application for smart monitoring systems to improve reliability of electric power distribution. Power Systems Research and Operation. Studies in Systems, Decision and Control. Vol. 220. Springer, 2023. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-17554-1_11
8. Blinov I., Zaitsev I., Parus Ye., Berezhnychenko V. Analysis of the effectiveness of fault indicators for overhead power line monitoring. *Proceedings of the 2022 IEEE 8th International Conference on Energy Smart Systems (ESS)*. Kyiv, 2022. Pp. 17–20. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS57819.2022.9969272>
9. Parus Ye.V., Blinov I.V., Bets O.Yu. Selection of locations and number of fault indicators in distribution lines as a combinatorial optimization problem. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016, No 5. Pp. 58–60. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.05.058>
10. Blinov I.V., Parus Ye.V., Rybina O.B., Tankevych S.Ye. Optimal architecture and equipment of distribution line monitoring systems. *Praci Institutu elektrodynamiky Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*. 2018, Iss. 50. Pp. 16–22. (Ukr)
11. Popov V., Tkachenko V., Kostiuk V.O., Yarmoliuk O., Frolov I. Optimal sectionalizing of distribution networks to meet reliability index regulations. *Proceedings of the 2022 IEEE 8th International Conference on Energy Smart Systems (ESS)*. 2022. Pp. 95–100. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS57819.2022.9969256>
12. Volodymyr K., Oleksandr G., Oleksandr S., Savchenko V., Svitlana M. Optimization of sectionalization parameters of distribution electric networks. In: Handbook of Research on Smart Computing for Renewable Energy and Agro-Engineering., IGI Global, 2020, Pp. 78–105. DOI: <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-1216-6.ch004>
13. Blinov I., Trach I., Parus Ye., Derevianko D., Khomenko V. Voltage regulation in distribution networks using distributed renewable energy sources. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022, No 2. Pp. 60–69. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.060>
14. Gai O., Novoseltsev O., Vorushylo A., Khomyak O., Gai H. Features of multi-agent evaluation of microgrid systems efficiency in parallel operation with power systems under reliability criteria. *Machinery & Energetics*, 2024, Vol. 15, No 3. Pp. 73–83. DOI: <https://doi.org/10.31548/machinery/3.2024.73>

Надійшла: 14.04.2026

Прийнята: 27.04.2026

Submitted: 14.04.2026

Accepted: 27.04.2026

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ ДАНИХ ВІД ПРИСТРОЇВ ВИМІРЮВАННЯ ФОРМИ СИГНАЛІВ СТАНУ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Д.В. Войтов

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна
e-mail: dmytrovoitov@gmail.com

У цій роботі розглянуто розвиток моніторингу стану енергетичних мереж у напрямку отримання більш детальної інформації щодо основних сигналів, що їх характеризують. Передусім ідеться про новий тип сенсорів струму та напруги – WMU (waveform measuring unit – пристрій вимірювання форми сигналу) та його можливості порівняно з іншими приладами подібної тематики. Проаналізовано низку науково-прикладних робіт за тематикою застосування інформації, одержаної від WMU. Коротко досліджено основні течії використання даних, отриманих від WMU для забезпечення більшої обізнаності станом якості енергії в енергетичній системі. Окремо приділено увагу застосуванню фігур Ліссажу, побудованих на сигналах, отриманих від WMU, як в теоретичній, так і в практичній сферах. Окреслено позитивні та негативні риси використання WMU та приладів, що застосовуються для вирішення аналогічних задач в Україні (PMU – phasor measurement unit – пристрій вимірювання фазорів та PQA – power quality analyzer – аналізатор якості електроенергії). Бібл. 11, рис. 3, таблиця.

Ключові терміни: електроенергетична система, моніторинг, WMU, PMU, PQA, фігури Ліссажу, частота дискретизації, якість енергії.

Вступ. Еволюція енергетики це постійний процес, що не припиняється за жодних причин. Проводяться різноманітні дослідження, розробляються та впроваджуються нові ідеї, алгоритми, системи, прилади та обладнання. Одним із важливих напрямків розвитку є вдосконалення моніторингу стану енергетичних мереж, а саме сигналів напруги та струму, які несуть найбільш детальну та автентичну інформацію щодо ситуації в самій системі [1–3]. Із появою PMU (phasor measurement unit – пристрій вимірювання фазорів) з'явилася можливість збирати ці дані в синхронізованій за часом формі у великих масштабах. Зі свого боку, це дало змогу моніторити та керувати станом енергетичної системи на значних територіях, започаткувавши системи WAMS (wide area monitoring system – система широкомасштабного моніторингу) та WAMPAC (wide area monitoring, protection and control – система глобального моніторингу, захисту та контролю). Тепер з'явилися нові прилади – WMU (waveform measuring unit – пристрій вимірювання форми сигналу), які дають можливість ще точніше контролювати параметри енергосистеми та підвищують обізнаність енергетиків щодо її стану.

Метою статті є аналіз використання WMU для моніторингу стану енергосистеми та сфера застосування цього обладнання в енергетиці України.

1. Пристрій вимірювання форми сигналу. Останнім часом набирає популярності ідея використання даних від WMU для визначення місця подій в електричних мережах [4–11]. WMU являє собою новий виток розвитку сенсорів струму та напруги, якоюсь мірою наслідуючи PMU, але з високою частотою дискретизації та відсутністю перетворення вхідних сигналів струмів та напруг на відповідні синхрофазори. За аналогією з PMU, WMU фіксують необхідні параметри синхронізованих за часом струмів та напруг (частоти, кути, амплітуди). Ці виміри отримали назву синхроформ сигналів за аналогією з синхрофазорами, які вимірюються PMU. Ключовою відмінністю WMU від PMU є кількість вимірних та оброблених даних за одиницю часу та робота напряму з вимірними аналоговими величинами без додаткових перетворень. Так, стандартною кількістю точок вимірів за період є 256 (до 1024), що дає частоту дискретизації 12,8 кГц (до 51,2 кГц) у випадку електричної мережі частотою 50 Гц. Це дає змогу виявляти наявність вищих гармонік та аналізувати перехідні процеси в електричних мережах [4]. Відсутність необхідності перетворення вхідних сигналів на синхрофазори також дозволяє зменшити навантаження на розрахункові потужності приладу та спростити обробку отриманих даних.

Отримання синхронізованих сигналів може відбуватися в одному із трьох варіантів – вибірка інформації необхідної тривалості, вибірка даних певного проміжку з якоюсь періодичністю та постійне опитування. Як можна побачити у прикладі (рис. 1), для надійного виявлення короткоплинної події необхідне чітке визначення місця події з вибіркою даних необхідної тривалості саме в цьому проміжку або постійне опитування сигналу, так як періодичне опитування може не охопити дані з необхідного сегменту. Певна річ, постійне опитування сигналів є найінформативнішим, але й накладає максимальні обмеження на пристрої обробки даних, що підсилюється ще й високою частотою дискретизації останніх. Саме тому чітке та швидке виявлення необхідної події в енергетичній мережі є таким важливим.

Ураховуючи частоту дискретизації, інформації від PMU буде недостатньо для аналізу короткоплинної події, окрім ситуації постійного опитування. Звісно, у такому випадку треба зробити ремарку, що подібні задачі і не ставляться перед PMU, що встановлюються для моніторингу перетоків потужностей у нормальних режимах роботи енергетичних мереж. Водночас дані від WMU цілком достатньо для проведення аналізу швидкоплинних процесів у мережах, що вказує на широкий потенціал застосування останніх.

Наразі можна припустити, що пристрої WMU принесуть найбільше користі в мікромережах із розподіленою генерацією, сегментах мережі з відновлювальними джерелами генерації та розподільчих мережах в цілому, де необхідно приділити значну увагу не тільки аварійним подіям, але й подіям, що характеризують якість електроенергії. Це пов'язано з тим, що саме в таких сегментах мережі знаходиться велика кількість батарей конденсаторів, як частини генерації енергії, що зі свого боку зумовлює суттєве збільшення кількості швидкоплинних подій, які мають бути ідентифіковані та класифіковані. Класифікацію є сенс проводити за типом та критичністю подій. За типом можна виділити події внаслідок комутаційних процесів, перехідні процеси внаслідок зміни стану мережі, події, пов'язані з якістю енергії, та аварійні події. За критичністю в загальному випадку достатньо розділяти події на аварійні та не критичні. За необхідності можна скористатися методологією класифікації критичності подій, запропонованою ENTSO-E (European Network of Transmission System Operators for Electricity – європейська мережа системних операторів передачі електроенергії), для використання системними операторами (події діляться на незначні, незначні, що потребують уваги, значні, масштабні та системні аварії).

Натомість в мережах високої та надвисокої напруг, так само як і на класичних генеруючих об'єктах, зазвичай всі необхідні параметри вже фіксуються великою кількістю встановлених МПРЗА (мікропроцесорних пристроїв релейного захисту та автоматики). Звісно, у цих мережах також існують випадки перебільшення допустимих значень вищих гармонік, що пов'язано передусім із сегментом зеленої енергетики, а саме з неузгодженою роботою інверторів, але такі випадки трапляються рідко.

Наразі на теренах України для контролю якості електроенергії застосовуються прилади PQA (power quality analyzers – аналізатори якості електроенергії) із високою частотою дискретизації зазвичай таких типів: SATEC PM-175, SATEC PM-180, SATEC PM-335PQ/EM-235PQ та Linux PQ-3000. Ці прилади можна використовувати і для моніторингу короткоплин-

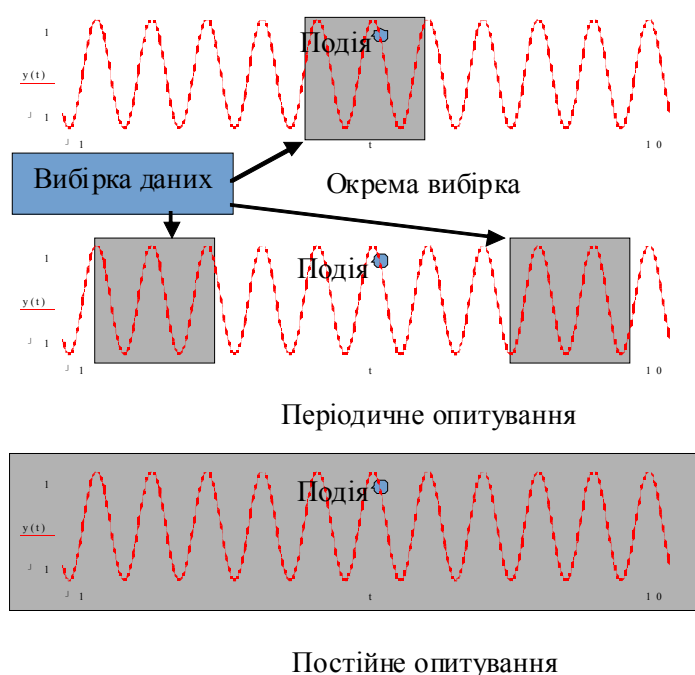


Рис. 1. Варіанти обробки синхронізованих сигналів струмів/напруг

них перехідних процесів, наприклад, самозатухаючих процесів тривалістю пів, чверть періоду або навіть менше. Зібрана інформація такого типу становить чималий інтерес, але треба відмітити, що на момент написання цієї статті немає конкретної нормативної бази для вирішення питань, що робити у випадку виявлення великої кількості цих процесів. Разом з тим, всі ці прилади не передають інформацію в реальному часі, а натомість обробляють її на місці, видаючи середні значення на певному інтервалі або інформацію за запитом. Крім того, у випадку з Linaх PQ-3000 це звісно не дешевий варіант для масового використання.

Використання PQA, PMU та WMU має як недоліки, так і позитивні риси, що коротко описані в таблиці. Рішення із застосування необхідних приладів залишається відкритим, але насамперед має враховувати конкретні задачі, що ставляться в кожному окремому випадку.

Тип приладу	Позитивні риси	Негативні риси	Типове застосування
PQA	1. Досвід використання. 2. Багато виробників. 3. Наявні стандарти. 4. Стандартні протоколи передачі даних. 5. Доволі висока частота дискретизації	1. Відсутність передачі інформації в реальному часі. 2. Передача усереднених значень. 3. Відносно невелика кількість аналогових входів.	Аналіз якості електроенергії
PMU	1. Досвід використання. 2. Багато виробників. 3. Наявні стандарти. 4. Стандартний протокол передачі даних. 5. Велика кількість аналогових входів.	1. Перетворення вхідних сигналів на фазори. 2. Відносно невисока частота дискретизації.	Моніторинг потоку потужностей в енергосистемі
WMU	1. Висока частота дискретизації. 2. Потенціал використання в майбутньому.	1. Відсутність суттєвого досвіду використання, виробників, стандартів, спеціалізованих протоколів передачі інформації. 2. Більш складна конструкція. 3. Передача даних потребує широкого каналу передачі інформації.	Визначення та аналіз подій в енергосистемі

2. Визначення місця події в енергосистемі за допомогою даних, отриманих від WMU. Одним з основних напрямків застосування інформації саме від WMU є локалізація та

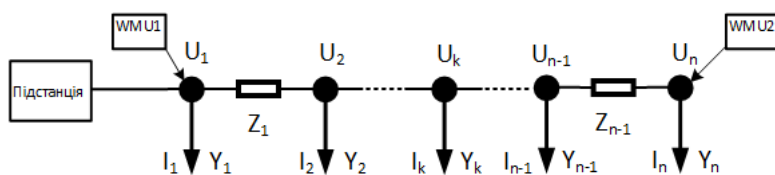


Рис. 2. Модель розподільчої мережі з двома WMU, що встановлені на початку та в кінці лінії (адаптовано з праці [5])

класифікація подій в електричних мережах [4–9]. У працях [4, 5] автори розглядають використання двох WMU, розміщених на початку і в кінці лінії, між якими відбувається подія. Лінія ділиться на сегменти, на яких і здійснюється пошук місця події (рис. 2).

Розрахунок сигналів проходить спочатку в напрямку від першого WMU до другого, а потім навпаки – від другого до першого. Знаючи величини струмів та напруг в місцях розташування обох WMU (I_{wmu1} та U_{wmu1} отримано від WMU1, а I_{wmu2} та U_{wmu2} від WMU2) та розраховувавши опори з провідностями сегментів лінії, можна визначити напруги на всіх сегментах.

$$\begin{aligned}
 U_1^f &= U_{wmu1}; \\
 U_2^f &= U_1^f - (I_{wmu1})Z_1; \\
 U_n^f &= U_{n-1}^f - (I_{wmu1} - I_2^f - \dots - I_{n-1}^f)Z_{n-1};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_n^b &= U_{wmu2}; \\
 U_{n-1}^b &= U_n^b + (I_{wmu2})Z_{n-1}; \\
 U_1^b &= U_2^b + (I_2^b + \dots + I_{n-1}^b + I_{wmu2})Z_1,
 \end{aligned}$$

де індекс f показує напрямок розрахунку від першого WMU до другого, а індекс b – від другого WMU до першого. Звісно, місце події невідомо, тому невідомо і які саме значення сигналів розраховані вірно. Ідея авторів полягає в тому, що в першому випадку розрахунок синхрорформ сигналів буде вірним від початку лінії до місця події (1), а в другому випадку – від кінця лінії до місця події (2).

$$U_1^f, \dots, U_k^f, U_{k+1}^f, \dots, U_n^f; \quad (1)$$

$$U_1^b, \dots, U_{k-1}^b, U_k^b, \dots, U_n^b. \quad (2)$$

Тобто, якщо брати до уваги всі виміри в розрахунках, єдине правильне значення, або скоріше значення з найменшою відмінністю в обох випадках, буде саме у сегменті лінії, де відбулася подія (сегмент k).

Логічне розширення цього методу наводиться у праці [6], де використовуються синхронізовані фігури Ліссажу для визначення та класифікації подій в мережі. Фігури Ліссажу в цілому відображають залежність між двома синусоїдальними функціями в графічній формі. Донедавна їх застосовували переважно для аналізу частот та фазових співвідношень між двома гармонійними сигналами. Автори цієї роботи запропонували використовувати саме синхронізовані за часом фігури Ліссажу, тобто побудовані на синхрорформах сигналів від двох WMU. Конкретніше, розглядаються 2 типи фігур Ліссажу. Перший тип будується як різниця синхрорформ сигналів напруги від різниці синхрорформ сигналів струму. Другий – як різниця синхрорформ сигналів напруги від різниці похідних синхрорформ сигналів струму.

Аналізуючи отримані фігури, автори виявили деякі закономірності. Так, зміна фігури говорить про виникнення події, кут нахилу фігури ілюструє відстань до місця події, а за формою фігури можна визначити тип події. Зібравши та обробивши достатній об'єм даних, можна визначати та класифікувати події в електричній мережі.

У роботі [7] пропонують використовувати інформацію у вигляді фігур Ліссажу, побудованих як різниця синхрорформ сигналів напруги від різниці синхрорформ сигналів струму з їхньою подальшою обробкою згортковою нейронною мережею для розгляду необхідних подій в мережі. У момент виникнення події фігура Ліссажу різко змінює форму, однозначно виділяючи початок нестандартного режиму. З цього моменту та протягом одного періоду будується синхронізована фігура Ліссажу для подальшого аналізу. Як фактори, що ускладнюють подальший розгляд подій, автори виділяють: кут події, тобто момент виникнення події на синусоїді синхрорформи сигналу; відстань від WMU до події, яка характеризується нахилом фігури; опір у місці події, що впливає на розмір фігури.

Автори роботи [7] пропонують використовувати згорткові нейронні мережі для аналізу отриманої інформації саме у вигляді зображень, наголошуючи на тому, що саме у такому вигляді проявляються помітні закономірності у фігурах Ліссажу та є значний потенціал обробки отриманих сигналів, адже цей клас нейронних мереж успішно себе зарекомендував у обробці зображень.

Цікавим варіантом практичного застосування даних від WMU є праця [8], де автори пропонують використовувати напруженості електромагнітного поля та струми як основні сигнали електричної мережі, а також розглядають ідею визначення параметрів лінії (індуктивність та опір), якщо вони не відомі заздалегідь. У цьому рішенні застосовуються пристрої, що розміщуються безпосередньо на лініях електропередач та живляться від електромагнітного поля цих ліній. Таким чином, ці прилади не потребують зовнішнього джерела живлення та вимірюють синхрорформи сигналів без використання вимірювальних трансформаторів напруги та струму, тобто на їхню точність не впливають похибки вимірювальних трансформаторів. Разом з тим треба відмітити, що пропонується застосування конкретного виробу та програмного забезпечення. У цьому разі виникає доволі багато питань до такого підходу. При змен-

шенні струму лінії нижче 10 А ці прилади не зможуть працювати, розрахунок параметрів лінії проводиться з багатьма припущеннями, заява про “дешеві” WMU сприймається скоріше як рекламний хід та залишаються питання щодо обробки та передачі достатньо великої кількості інформації (130 точок на період).

3. Використання фігур Ліссажу у захистах енергетичних об'єктів. Раніше фігури Ліссажу майже не застосовувалися в логіці роботи захистів. Але з популяризацією та поширенням WMU з'явилися і нові алгоритми, засновані на інформації у вигляді фігур Ліссажу [9,10]. У праці [9] пропонується осноувати логіку роботу захисту лінії на основі Евклідової відстані між фігурами Ліссажу, побудованими до та після аварії. Самі фігури будуються як відношення струмів у кожній фазі до напруги у тій самій фазі.

Цікавими здаються ідеї, наведені в роботі [10], де розглядається можливість використання фігур Ліссажу для захисту шин енергооб'єктів на основі орієнтації фігур Ліссажу. У цьому випадку фігури будуються пофазно як відношення накладеного струму в пошкодженій лінії до суми накладених струмів у всіх інших лініях, під'єднаних до шини. Необхідні сигнали описуються формулами (3)–(4).

$$x(t)=X_m\cos\omega t; \quad (3)$$

$$y(t)=Y_m\cos(\omega t+\theta), \quad (4)$$

де X_m та Y_m – пікові значення $x(t)$ та $y(t)$ відповідно, а θ – кут між ними.

У випадку $X_m=Y_m=1$ та $\omega = 2\pi*50$ для $\theta = 0, 45, 135, 180^\circ$ фігури Ліссажу наведено на рис. 3. За розрахунками авторів роботи [10], отримані фігури будуть знаходитись у відповідних квадрантах залежно від того, чи є пошкодження зовнішнім (2-й та 4-й квадранти) або внутрішнім (1-й та 3-й квадранти). Таким чином, якщо фігури Ліссажу на всіх лініях знаходяться у 1-му та 3-му квадрантах, пошкодження вважається внутрішнім і віддається команда на відключення.

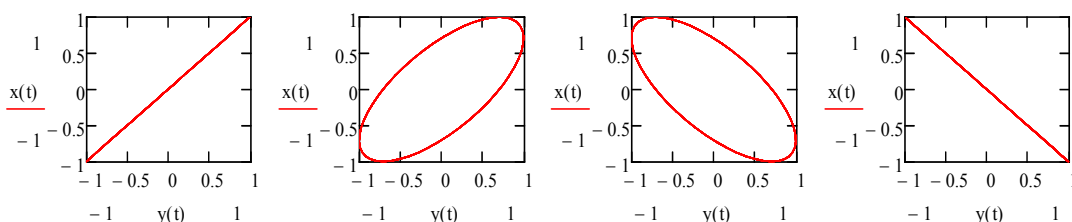


Рис. 3. Форми фігур Ліссажу залежно від кута між сигналами, використаними для їхньої побудови в разі $\theta = 0, 45, 135, 180^\circ$ відповідно (складено на основі [10])

Автори праці [10] окремо розглядають випадки зовнішнього і внутрішнього пошкодження, насичення вимірювальних трансформаторів струму, переходу зовнішнього пошкодження у внутрішнє за умови насичення трансформатора, внутрішнє пошкодження під час збудження силового трансформатора та вплив білого шуму. Треба також відмітити досить невелику частоту дискретизації в 1 кГц і застосування фільтра згладжування задля захисту від високочастотних шумів, а також урахування лише струмів за відсутності напруг. Заявлений час виявлення внутрішнього пошкодження – 2 мс з опором у місті пошкодження до 500 Ом.

Висновки. WMU знаходять своє місце в сучасній енергетиці насамперед для моніторингу вищих гармонік, аналізу перехідних процесів та більш точного контролю параметрів енергосистеми. Застосування WMU має сенс у мережах з переходом постійної напруги в змінну, розподіленій генерації та у відновлювальній генерації в цілому. Тобто в таких мережах, де є частими відпрацювання батарей конденсаторів та інверторів. Зі зростанням долі відновлювальної енергетики в загальному об'ємі генерації України таких сегментів мережі стає все більше. Отже, стає вагомішою роль пристроїв моніторингу стану електричних мереж. Застосування саме WMU не є обов'язковим, але дає змогу вирішити низку завдань, пов'язаних з об'ємами необхідної інформації щодо якості електроенергії, які до цього вирішували за допомогою PMU та PQA.

Основною задачею, що ставиться перед РМУ, є контроль потужностей енергосистеми в неаварійних режимах, а у випадку РQA – аналіз якості електроенергії нормальних режимів. Тому вхідні струмові ланцюги цих приладів розраховані умовно на 2 Іном. Водночас WMU позиціонуються як універсальне обладнання вимірювання сигналів, яке з однаковою точністю вимірює сигнали як в нормальному, так і в аварійному режимах. Але аварійне значення струму треба вимірювати за стандартом у діапазоні 40 Іном. Отже, з'являється проблема точності розрахунків сигналів у зв'язку з неможливістю калібрування вхідних ланцюгів на необхідні значення. Вирішенням цієї проблеми можуть бути додаткові вхідні модулі, розраховані на велике значення струму, але це ще більше ускладнює виконання пристрою. Інший фактор, що притаманний саме РМУ, є перетворення вхідних сигналів струму та напруги на відповідні синхрофазори. З одного боку це потребує більших обчислювальних можливостей від РМУ, але з іншого дозволяє зменшити об'єм даних, що передаються на вищі рівні. Використання даних від WMU у формі фігур Ліссажу дасть змогу аналогічним шляхом зменшити кількість інформації від WMU. Характерним для РQA є передача даних не в реальному часі, а середніх значень на деякому проміжку після обробки приладом, що цілком логічно для моніторингу якості електроенергії, але не підходить для визначення та швидкого аналізу подій в енергосистемі.

Також існує кілька проблем, характерних для будь-яких пристроїв з високою частотою дискретизації незалежно від сфери їхнього використання. Із підвищенням частоти дискретизації зростає ціна застосування приладу. Це обумовлено необхідністю високих розрахункових можливостей самих пристроїв, широкими каналами передачі даних від пристроїв, складними фільтрами для нейтралізації високочастотних шумів. Іншим джерелом похибки виступають вимірювальні трансформатори, з яких безпосередньо і надходять сигнали. Кожен з цих трансформаторів має свій клас точності і відповідно теж вносить деяку похибку. При великій частоті дискретизації приладу ці похибки суттєво впливають на загальну точність вимірів. Задовольнити необхідні критерії точності та кількості інформації при збереженні невисокої ціни приладу є практичним завданням, що необхідно розв'язати для масштабного застосування WMU.

Хоча сама ідея застосування WMU як джерел інформації є цікавою, але потребує вирішення вищезазначених проблем. Частина з цих проблем наразі намагаються розв'язати. Так, в роботі [8] відійшли від використання вимірювальних трансформаторів, у праці [10] не вимірюють напруги, а в роботі [11] пропонують стискати однофазні фігури Ліссажу у трифазні, зменшуючи як час визначення події, так і розмір пакетів переданої інформації.

1. Стогній Б.С., Ушаповский К.В., Мольков А.Н., Сопель М.Ф., Павловский В.В., Пилипенко Ю.В. Система глобального мониторинга, синхронизации и регистрации системных параметров ОЭС Украины – основа нового качества автоматизированного и оперативного управления. *Енергетика та електрифікація*. 2006. № 4. С. 8–11.
2. Стогній Б.С., Кириленко О.В., Буткевич О.Ф., Сопель М.Ф. Застосування засобів моніторингу перехідних режимів в ОЕС України при розв'язанні задач диспетчерського керування. *Праці ІЕД НАНУ*. 2009. Вип. 23. С. 147–155.
3. Стогній Б.С., Сопель М.Ф., Варський Г.М. Досвід створення комплексних систем моніторингу та керування електроенергетичних об'єктів. Перспективи їх розвитку. *Праці ІЕД НАНУ*. 2012. Вип. 32. С. 39–48.
4. Izadi M., Mohsenian-Rad H. Synchronous waveform measurements to locate transient events and incipient faults in power distribution networks. *IEEE Trans. Smart Grid*. 2021. Vol. 12. No. 5. Pp. 4295–4107.
5. Izadi M., Mohsenian-Rad H. Event location identification in distribution networks using waveform measurement units. Proc. *IEEE PES ISGT Europe*, the Hague. 2020. Pp. 924–928.
6. Izadi M., Mohsenian-Rad H. Characterizing synchronized lissajous curves to scrutinize power distribution synchro-waveform measurements. *IEEE Trans. Power Syst*. 2021. Vol. 36. No. 5. Pp. 4880–4883.
7. Izadi M., Mohsenian-Rad H. A Synchronized Lissajous-Based Method to Detect and Classify Events in Synchro-Waveform Measurements in Power Distribution Networks. *IEEE Trans. Smart Grid*, February 2022.
8. Izadi M., Mousavi M., Lim J.M., Mohsenian-Rad H. Data-Driven Event Location Identification Without Knowing Network Parameters Using Synchronized Electric-Field and Current Waveform Data. *IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, July 2022.

9. Saha S., Debnath A., Pavankumar Y., Debnath S. A Lissajous Based Technique for Fault Detection and Faulty Phase Identification in Transmission Line. *Second International Conference on Electrical, Electronics, Information and Communication Technologies (ICEEICT)*, 2023.
10. Sarlak M. A Lissajous Curve–Based Method for Busbar Protection. *Wiley International Transactions on Electrical Energy Systems Volume*. 2024. Article ID 8834200.
11. Sidqi F., Manaz M., Priyadi A., Chou C., Airlangga M. Synchro-Waveform Monitoring Unit Application: Lissajous DQ Curve to Improve Situational Awareness in Power Distribution Network. *International Conference on Technology and Policy in Energy and Electric Power (ICT-PEP)*, 2025.

ANALYSIS OF DATA USAGE ACQUIRED FROM WAVEFORM MEASURING UNITS DESCRIBING STATE OF ENERGY NETWORK

D.V. Voitov

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Beresteiskyyi ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine
e-mail: dmytrovoitov@gmail.com

In this work the development of energy networks' monitoring to obtain more detailed information about their main signals is examined. The focus of the article is a new type of current and voltage sensors – WMUs (waveform measuring units) and their capabilities compared to similar devices. A number of scientific and applied works on the topic of application of information received from WMUs are analyzed. Main methods for data usage obtained from WMUs to ensure greater awareness of the energy quality in the system are briefly investigated. Particular attention is paid to the application of Lissajous curves built on signals received from WMUs, both in theoretical and practical areas. The positive and negative features when using WMUs and devices used to solve similar problems in Ukraine are outlined (PMU – phasor measurement unit and PQA – power quality analyzer). Ref. 11, fig. 3, table.

Key words: electric power system, monitoring, WMU, PMU, PQA, Lissajous curves, sampling frequency, energy quality.

1. Stogniy B.S., Ustchapovskii K.V., Molkov A.N., Sopel M.F., Pavlovskii V.V., Pilipenko Y.V. Global monitoring, synchronization and registration of Ukraine's Unified Energy System's parameters - the basis of new quality for automated and operational control. *Energetyka ta elektryfikatsia*. 2006. No 4. Pp. 8–11. (Rus)
2. Stogniy B.S., Kyrylenko O.V., Butkevych O.F., Sopel M.F. Implementation of means for monitoring transient processes in the Unified Energy System of Ukraine when solving dispatch control problems. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2009. Vol. 23. Pp. 147–155. (Ukr)
3. Stogniy B.S., Sopel M.F., Varskiy G.M. Experience in the development of complex monitoring and control systems for electric power facilities. Prospects for their advancement. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2012. Vol. 32. Pp. 39–48. (Ukr)
4. Izadi M., Mohsenian-Rad H. Synchronous waveform measurements to locate transient events and incipient faults in power distribution networks. *IEEE Trans. Smart Grid*. 2021. Vol. 12. No 5. Pp. 4295–4107.
5. Izadi M., Mohsenian-Rad H. Event location identification in distribution networks using waveform measurement units. *Proc. IEEE PES ISGT Europe, the Hague*. 2020. Pp. 924–928.
6. Izadi M., Mohsenian-Rad H. Characterizing synchronized lissajous curves to scrutinize power distribution synchro-waveform measurements. *IEEE Trans. Power Syst*. 2021. Vol. 36. No 5. Pp. 4880–4883.
7. Izadi M., Mohsenian-Rad H. A Synchronized Lissajous-Based Method to Detect and Classify Events in Synchro-Waveform Measurements in Power Distribution Networks. *IEEE Trans. Smart Grid*, February 2022.
8. Izadi M., Mousavi M., Lim J. M., Mohsenian-Rad H. Data-Driven Event Location Identification Without Knowing Network Parameters Using Synchronized Electric-Field and Current Waveform Data. *IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, July 2022.
9. Saha S., Debnath A., Pavankumar Y., Debnath S. A Lissajous Based Technique for Fault Detection and Faulty Phase Identification in Transmission Line. *Second International Conference on Electrical, Electronics, Information and Communication Technologies (ICEEICT)*, 2023.
10. Sarlak M. A Lissajous Curve–Based Method for Busbar Protection. *Wiley International Transactions on Electrical Energy Systems Volume*. 2024. Article ID 8834200.
11. Sidqi F., Manaz M., Priyadi A., Chou C., Airlangga M. Synchro-Waveform Monitoring Unit Application: Lissajous DQ Curve to Improve Situational Awareness in Power Distribution Network. *International Conference on Technology and Policy in Energy and Electric Power (ICT-PEP)*, 2025.

Надійшла: 09.02.2026
Прийнята: 27.03.2026

Submitted: 09.02.2026
Accepted: 27.03.2026

УДК 621.311

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73.031>

ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТІ ПЕРЕВЕДЕННЯ МІЖДЕРЖАВНОЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКА-САБОЛЧБАКА НА НОМІНАЛЬНУ НАПРУГУ 400 КВ

Т.Л. Кацадзе^{1,2*}, канд. техн. наук, Д.М. Лугін^{1**}

1 – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна

2 – Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна

e-mail: teymuraz@ukr.net, djdimas75@gmail.com

У статті розглянуто технічну та енергетичну доцільність переведення міждержавної повітряної лінії електропередачі «Західноукраїнська – Саболчбака» з номінальної напруги 750 кВ на 400 кВ у габаритах наявної лінії. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю підвищення ефективності роботи об'єднаної енергосистеми України, посилення її стійкості та інтеграції з енергоринком Європейського Союзу. Одним із ключових елементів міждержавного енергетичного перетину є лінія 750 кВ «Західноукраїнська – Саболчбака», для робочих режимів якої характерні суттєві втрати електроенергії зумовлені коронним розрядом. У статті наведено результати моделювання режимів роботи транзиту Україна – Угорщина, виконаного у програмному середовищі PowerFactory для двох варіантів експлуатації лінії – на напрузі 750 і 400 кВ. Проведено порівняльний аналіз джоулевих втрат активної потужності і втрат на корону, враховано вплив погодних умов (ясна погода, дощ, сніг, паморозь) та різних рівнів навантаження. Розрахунки показали, що при напрузі 750 кВ втрати на коронний розряд переважають над джоулевими, особливо за несприятливих погодних умов, натомість при напрузі 400 кВ частка втрат на корону суттєво знижується, але зростають джоулеві втрати. Встановлено, що зниження номінальної напруги до 400 кВ є енергоефективним лише при порівняно невеликих навантаженнях лінії – до 200 МВт за ясною погодою, до 400 МВт – за сніжною, 750 МВт – за дощу та 950 МВт – за паморозі. За більших перетоків потужності доцільно зберігати напругу 750 кВ, оскільки сумарні втрати за такої умови менші. Бібл. 10, рис. 6, табл. 4.

Ключові слова: міждержавна електропередача, надвисока напруга, втрати потужності, коронний розряд, втрати на корону, енергоефективність.

Вступ. Однією з основних задач оператора системи передачі ПрАТ «НЕК «Укренерго» на 2025-2034 роки є посилення стійкості об'єднаної енергосистеми України та інтеграція українського енергоринку в ринок ЄС. Визначальним фактором можливості виконання поставлених задач є надійність і економічність функціонування міждержавного перетину України з енергосистемою ЄС.

Однією з найпотужніших міждержавних повітряних ліній Об'єднаної енергосистеми України є лінія напругою 750 кВ «Західноукраїнська – Саболчбака», яка ще з часів СРСР була амбітним проектом транзиту «Вінниця – Західноукраїнська – Альбертірша», метою якою була передача електроенергії до міста Будапешт (Угорщина). Після розвалу СРСР повітряна лінія знаходилася у простої, і лише в 2017 році Укренерго та угорський оператор системи передачі MAVIR підписали Меморандум про модернізацію міждержавної повітряної лінії 750 кВ Західноукраїнська – Альбертірша. Будівництво нової підстанції 750/400 кВ «Саболчбака» (Szabolcsbaka) дало змогу компанії MAVIR посилити енергопостачання регіону Кішварда, та підвищити надійність наявних зв'язків між об'єднаною енергосистемою України та енергосистемою континентальної Європи. Міждержавна повітряна лінії надвисокої номінальної напруги 750 кВ Західноукраїнська – Саболчбака почала функціонувати з 2020 року. Відрізок Саболчбака – Альбертірша (Szabolcsbaka – Albertirsa) переведено на напругу 400 кВ в габаритах лінії 750 кВ та поділено підстанцією 400/132 кВ «Йожа» (Jozsa) на дві ділянки. Автотрансформатори 750/400 кВ, які експлуатувалися на підстанції «Альбертірша», були перевезені на нову підстанцію «Саболчбака» [1, 2]. Така схема електропередачі визначає обмеження її пропускної здатності умовами мережі напругою 400 кВ та пропускною здатністю автотрансформаторів 750/400 кВ на підстанції «Саболчбака».



Як відомо, характерною особливістю експлуатаційних режимів повітряних ліній електропередавання високої та надвисокої номінальної напруги є коронний розряд навколо фазних проводів та інших конструктивних елементів лінії. Поява корони на проводах лінії супроводжується низкою небажаних явищ: радіозавади, акустичні шуми, порушення стійкого високочастотного зв'язку та додаткові втрати електричної енергії. Водночас слід зважати на те, що, якщо для електропередач нижчих класів номінальної напруги втрати потужності на корону порівняно невеликі, то в лініях надвисокої напруги, особливо в електропередачах із номінальною напругою 750 кВ, частка втрат, обумовлених коронним розрядом, стає вирішальною, головним чином, в режимах порівняно невеликих навантажень (до 30-40 % натуральної потужності), особливо за несприятливих погодних умов [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Слід зазначити, що до травня 2025 року максимальна потужність експорту електроенергії з України та Молдови до країн ЄС була на рівні 550 МВт. Із 1 травня максимальна потужність була збільшена до 650 МВт, а пізніше – до 900 МВт 3 липня 2025 року. З огляду на те, що обсяг потужності в 900 МВт може завантажити повітряну лінію 750 кВ Західноукраїнська – Саболчбака лише на 20-30 %, причому така ситуація можлива лише у випадку виконання всіх інших наявних міждержавних повітряних ліній, постає питання доцільності утримання цієї лінії електропередачі на напрузі 750 кВ через істотні втрати активної потужності на коронний розряд.

Метою роботи є визначення доцільності переведення електропередачі «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальну напругу 400 кВ в габаритах лінії 750 кВ.

Для досягнення поставленої мети в роботі вирішені такі задачі:

- складено розрахункову схему електропередачі «Західноукраїнська – Саболчбака» та суміжних електропередач, які формують транзит Україна – Угорщина;
- у програмному середовищі PowerFactory проведено моделювання серії режимів транзиту за різного завантаження електропередачі «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальній напрузі 750 кВ та 400 кВ за різних погодних умов;
- реалізовано порівняння джоулевих втрат та втрат потужності на корону за різних варіантів виконання досліджуваної електропередачі.

Матеріали дослідження. Для дослідження режимів передачі електричної енергії лінією 750 кВ «Західноукраїнська – Саболчбака» та суміжних ліній транзиту Україна – Угорщина було складено однолінійну розрахункову модель в середовищі програмного комплексу PowerFactory. Схема транзиту відтворена на рис. 1, де червоним кольором показано мережу напругою 750 кВ, зеленим – мережу напругою 400 кВ, синім – мережу напругою 330 кВ.

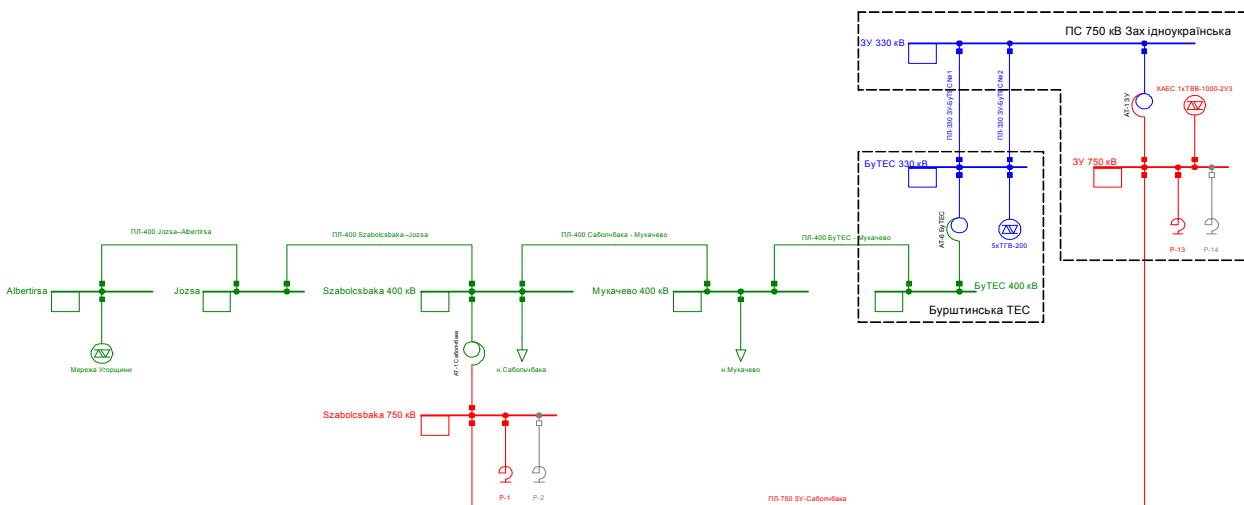


Рис. 1. Схема транзиту Україна – Угорщина за номінальної напруги 750 кВ для лінії «Західноукраїнська – Саболчбака»

Характеристики ділянок розрахункової моделі наведено в табл. 1. Для дослідження впливу погодних умов на інтенсивність коронного розряду під час розрахунку погонного

кондуктансу використано нормативні дані для чотирьох груп погодних умов: ясно, сухий сніг, дощ, паморозь [10]. Вводилося припущення, що для проводів, відсутніх у стандартній таблиці коронних втрат за досліджуваних погодних умов, беруться найближчі відомі значення для вже розрахованих проводів відповідно до класу напруги. Вплив погодних умов на інтенсивність коронного розряду та сумарні втрати активної потужності в лініях досліджуваного перетину змодельовано за максимально допустимого перетоку активної потужності з урахуванням обмеження по допустимому завантаженню автотрансформаторів на підстанціях. Результати моделювання для вихідної схеми мережі відображено у табл. 2 та на діаграмі рис. 2.

Таблиця 1

Назва ПЛ	Конструкція фази	Уном, кВ	Довжина, км	г, Ом/км	х, Ом/км	б, мкСм/км	Ідоп, кА
ПЛ-330 Західноукраїнська – Бурштинська ТЕС №1	2хАСО-500	330	38	0,032	0,318	3,55	1,89
ПЛ-330 Західноукраїнська – Бурштинська ТЕС №2	2хАСО-300	330	43	0,054	0,325	3,47	1,38
ПЛ-400 Jozsa–Albertirsa	4хАСО-500	400	167,5	0,016	0,279	4	3,92
ПЛ-400 Szabolcsbaka–Jozsa	4хАСО-500	400	81,2	0,016	0,279	4	3,92
ПЛ-400 Бурштинська ТЕС – Мукачево	2хАСО-500	400	197	0,032	0,318	3,55	1,89
ПЛ-400 Саболчбака - Мукачево	3хАСО-400	400	142,5	0,0243	0,298	3,76	2,475
ПЛ-750 Західноукраїнська – Саболчбака	4хАСУ-400	750	209	0,02	0,28	3,99	3,26

Таблиця 2

№ п/п	Назва повітряної лінії	Джоулеві втрати, МВт	Втрати на корону за паморозі, МВт	Втрати на корону під час дощу, МВт	Втрати на корону під час снігу, МВт	Втрати на корону за ясної погоди, МВт
750 кВ						
1	Західноукраїнська – Саболчбака	10,787	26,782	13,787	3,687	0,951
400 кВ						
2	Саболчбака – Мукачево	0,750	8,085	2,663	0,728	0,187
3	Бурштинська ТЕС – Мукачево	8,798	11,005	3,615	0,990	0,255
4	Szabolcsbaka–Jozsa	7,586	3,796	1,161	0,317	0,082
5	Jozsa–Albertirsa	15,457	7,866	2,419	0,662	0,171
330 кВ						
6	Західноукраїнська – Бурштинська ТЕС №1	0,367	1,375	0,450	0,134	0,032
7	Західноукраїнська – Бурштинська ТЕС №2	0,515	2,043	0,697	0,207	0,046
Загальні втрати		44,260	60,952	21,792	6,725	1,724

Аналіз даних табл. 2 та гістограми на рис. 2 свідчить про те, що для повітряної лінії 750 кВ «Західноукраїнська – Саболчбака» втрати на коронний розряд при паморозі у 2,5 раза більші за джоулеві втрати. Подібним чином, втрати на корону в цій лінії перевищують джоулеві втрати під час дощу.

Аналогічне дослідження було проведено для моделі електричної мережі, де повітряна лінія «Західноукраїнська – Саболчбака» працює на номінальній напрузі 400 кВ. За такої умови був збережений склад обладнання, але автотрансформатори 750/400 кВ перенесено з підстанції «Саболчбака» на підстанцію «Західноукраїнська» з під'єднанням до ВРУ-750 кВ. Схема досліджуваної електричної мережі зображена на рис. 3. Результати моделювання усталеного режиму для такої схеми подані у табл. 3 та на діаграмі рис. 4.

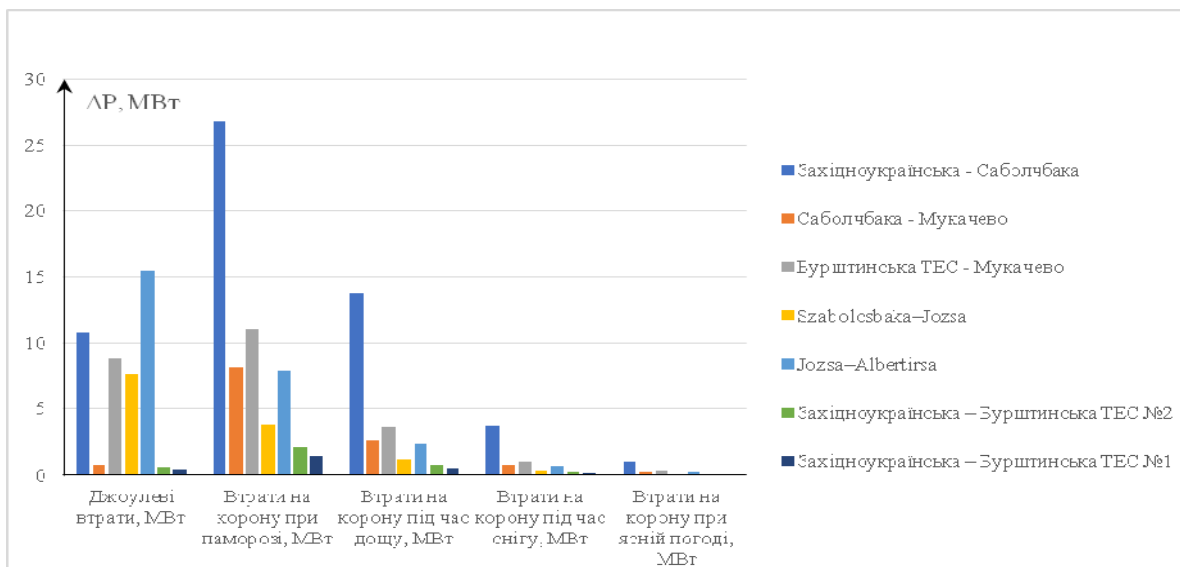


Рис. 2. Гістограма втрат активної потужності в повітряних лініях розрахункової моделі мережі за номінальної напруги 750 кВ лінії «Західноукраїнська – Саболчбака»

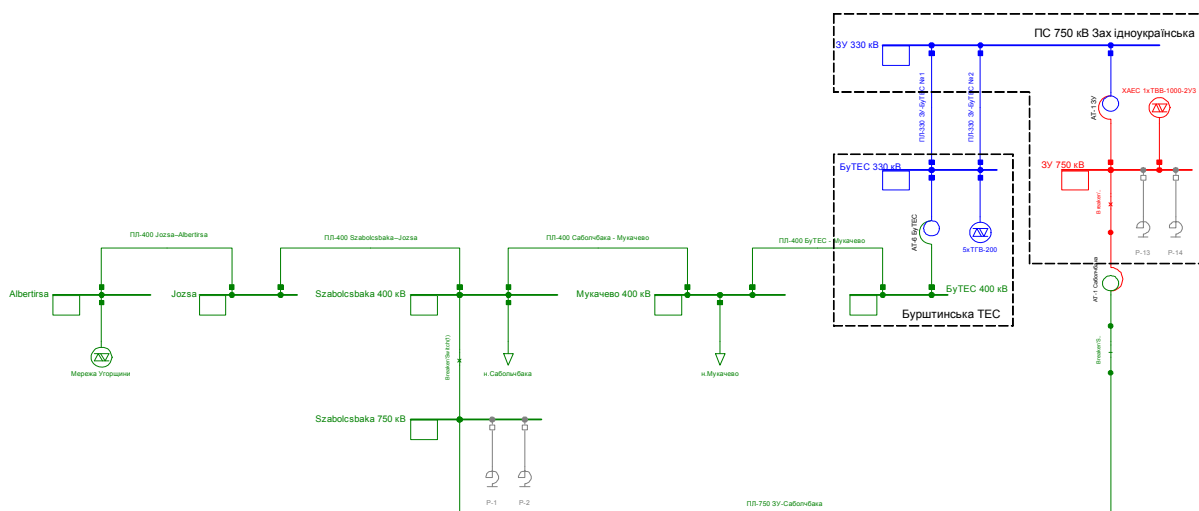


Рис. 3. Схема транзиту Україна – Угорщина за номінальної напруги 400 кВ для лінії «Західноукраїнська – Саболчбака»

Таблиця 3

№ п/п	Назва повітряної лінії	Джоулеві втрати, МВт	Втрати на корону за паморозі, МВт	Втрати на корону під час дощу, МВт	Втрати на корону під час снігу, МВт	Втрати на корону за ясної погоди, МВт
400 кВ						
1	Західноукраїнська – Саболчбака	24,996	11,154	3,676	1,004	0,259
2	Саболчбака – Мукачево	3,099	7,661	2,525	0,691	0,179
3	Бурштинська ТЕС – Мукачево	17,932	10,490	3,468	0,949	0,245
4	Szabolcsbaka–Jozsa	7,436	3,924	1,288	0,352	0,091
5	Jozsa–Albertirsa	15,057	8,268	2,727	0,745	0,193
330 кВ						
6	Західноукраїнська – Бурштинська ТЕС №1	0,050	1,397	0,458	0,136	0,032
7	Західноукраїнська – Бурштинська ТЕС №2	0,070	2,075	0,709	0,211	0,047
Загальні втрати		68,640	44,969	14,851	4,088	1,046

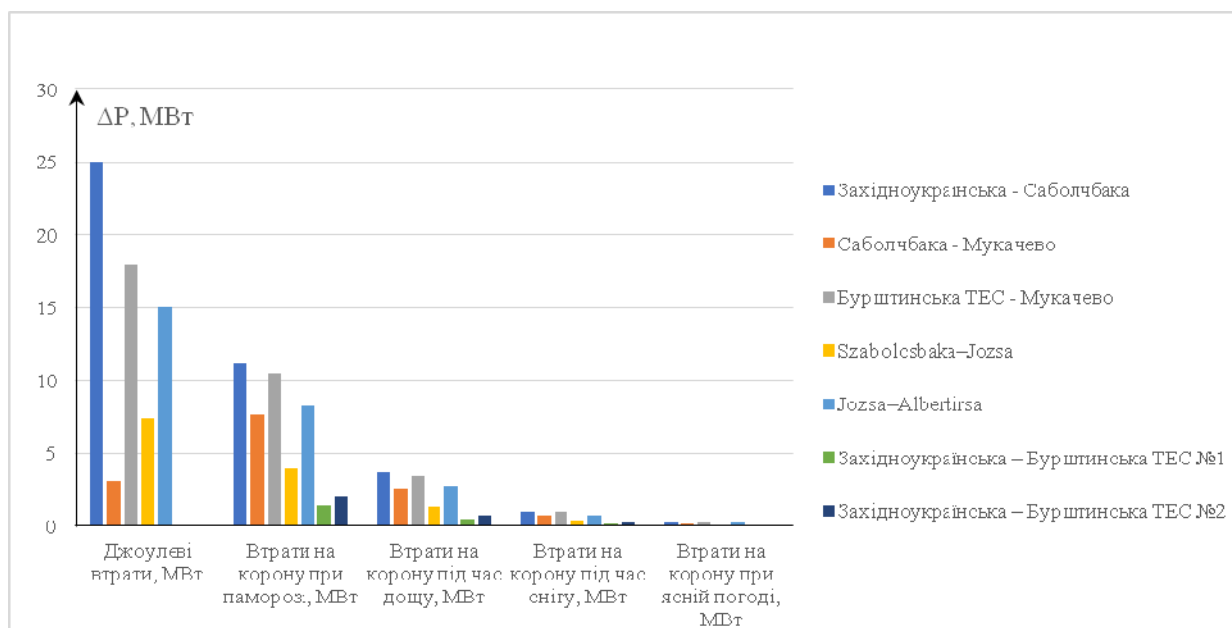


Рис. 4. Графічна інтерпретація втрат у повітряних лініях моделі мережі за номінальної напруги 400 кВ лінії «Західноукраїнська – Саболчбака»

Аналіз інформації, поданої в табл. 3 та на рис. 4, свідчить про те, що внаслідок переведення повітряної лінії «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальну напругу 400 кВ джоулеві втрати збільшилися, і одночасно зменшилися втрати активної потужності на корону. У результаті втрати активної потужності на корону приблизно в 2,5 раза стають меншими джоулевих втрат. Водночас сумарні втрати активної потужності для варіанту виконання електропередачі на номінальній напрузі 400 кВ більші, ніж для наявного способу виконання електропередачі на напрузі 750 кВ. Таке суттєве зростання джоулевих втрат обумовлює майже двократне перевищення сумарних втрат активної потужності в лінії «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальній напрузі 400 кВ порівняно з чинною схемою на напрузі 750 кВ у режимі максимальних навантажень за ясної сухої погоди. Погіршення погодних умов зумовлює збільшення частки втрат потужності на корону, і за умов паморозі сумарні втрати для лінії на напрузі 400 кВ стають більшими, ніж на напрузі 750 кВ. Такі співвідношення проілюстровані на діаграмі рис. 5, де синім кольором показано частку джоулевих втрат; помаранчевим кольором – частку втрат потужності на корону.

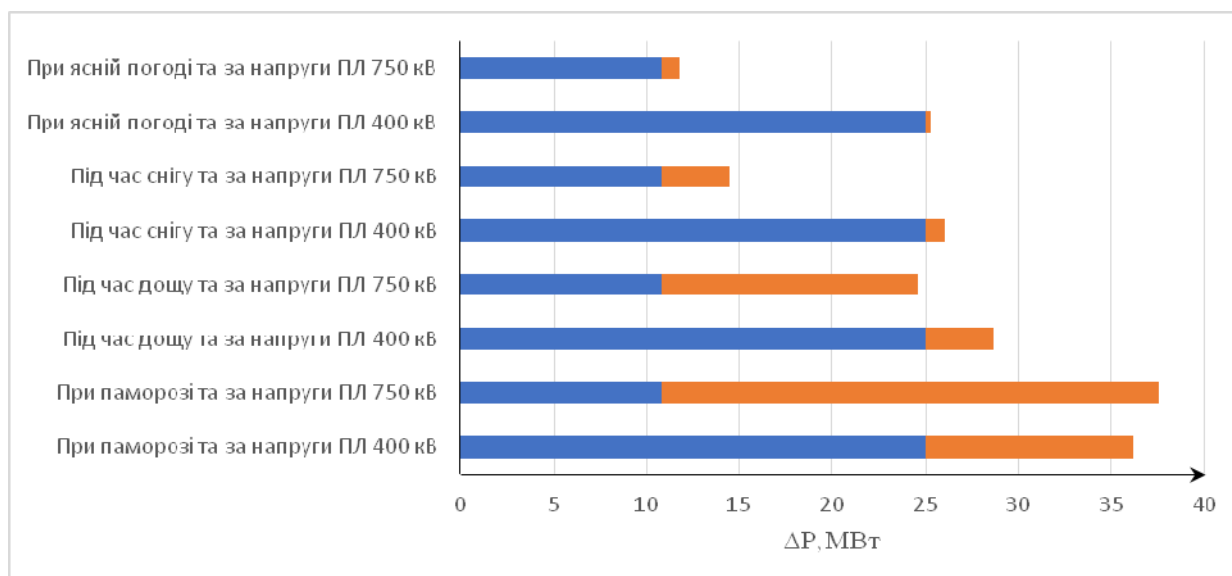


Рис. 5. Діаграма втрат активної потужності в режимі максимального навантаження за різної номінальної напруги лінії Західноукраїнська - Саболчбака

Очевидно, що зменшення потужності, яка передається по досліджуваному перетину, зумовлює зменшення джоулевих втрат пропорційно квадрата навантаження, яке несе лінія електропередавання. Водночас втрати на корону залишаються практично незмінними. Це обумовлює перерозподіл між складовими втрат активної потужності в лінії «Західноукраїнська – Саболчбака». Результати дослідження залежності впливу погодних умов на інтенсивність коронування в повітряній лінії «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальній напрузі 750 кВ та 400 кВ від навантаження, що несе лінія, зведено в табл. 4 та 5 відповідно. На рис. 6 проілюстровано залежність сумарних втрат активної потужності в електропередачі від навантаження, яке несе лінія за різних погодних умов для двох варіантів виконання лінії на номінальній напрузі 750 та 400 кВ. На рис. 6 суцільними лініями показано залежності сумарних втрат потужності у варіанті експлуатації лінії на напрузі 750 кВ; пунктирними – на напрузі 400 кВ.

Зазначимо, що у разі експлуатації повітряної лінії «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальній напрузі 750 кВ найбільшу частину втрат складають втрати на корону, які не залежать від робочого струму навантаження лінії. Це визначає відносно пологий характер залежності сумарних втрат потужності від навантаження, яке несе лінія. Для варіанту експлуатації лінії на номінальній напрузі 400 кВ більший вплив на сумарні втрати потужності мають джоулеві втрати, що обумовлює більш круту форму залежності сумарних втрат потужності від навантаження лінії (див. рис. 6).

Таблиця 4

№ п/п	Навантаження, що несе лінія електропередачі, МВт	Джоулеві втрати, МВт	Сумарні втрати за паморозі, МВт	Сумарні втрати під час дощу, МВт	Сумарні втрати під час снігу, МВт	Сумарні втрати за ясної погоди, МВт
1	1200	10,787	37,569	24,624	14,474	11,738
2	1100	8,635	36,308	22,964	12,491	9,666
3	980	7,134	33,608	20,847	10,822	8,115
4	875	5,597	32,596	19,584	9,354	6,591
5	770	4,293	31,697	18,493	8,105	5,298
6	690	3,480	30,801	17,639	7,279	4,479
7	585	2,567	30,082	16,828	6,391	3,569
8	480	1,751	29,410	16,089	5,594	2,755
9	380	1,183	28,917	15,562	5,036	2,188
10	260	0,705	27,520	14,608	4,428	1,674
11	155	0,368	27,199	14,283	4,094	1,335
12	75	0,220	26,998	14,111	3,938	1,183

Таблиця 5

№ п/п	Навантаження, що несе лінія електропередачі, МВт	Джоулеві втрати, МВт	Сумарні втрати за паморозі, МВт	Сумарні втрати під час дощу, МВт	Сумарні втрати під час снігу, МВт	Сумарні втрати за ясної погоди, МВт
1	1005	24,538	36,150	28,672	26,000	25,255
2	905	20,167	31,588	24,019	21,306	20,549
3	810	17,052	27,893	20,710	18,130	17,409
4	715	12,619	24,062	16,465	13,732	12,968
5	610	8,956	20,844	12,942	10,096	9,299
6	515	6,258	18,425	10,331	7,412	6,595
7	410	4,027	16,310	8,134	5,182	4,355
8	310	2,228	14,659	6,379	3,388	2,549
9	200	1,012	13,197	5,077	2,142	1,318
10	110	0,319	12,524	4,387	1,443	0,617
11	65	0,145	12,330	4,205	1,264	0,438

Аналіз інформації, наведеної на рис. 6, свідчить про те, що переведення лінії електропередавання «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальну напругу 400 кВ зумовить зменшення сумарних втрат активної потужності за відносно малого навантаження електропередачі (приблизно 200 МВт за ясної сухої погоди). Погіршення погодних умов визначає зростання критичного навантаження електропередачі, за якого сумарні втрати активної потужності у варіанті експлуатації лінії на напрузі 400 кВ будуть більшими, ніж у варіанті експлуатації на напрузі 750 кВ. Так, у разі сухого снігу критичне навантаження становить приблизно 400 МВт, під час дощу – біля 750 МВт, за паморозі – приблизно 950 МВт.

Водночас слід зазначити, що висновки про доцільність переведення лінії електропередачі «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальну напругу 400 кВ можна зробити тільки після всебічного аналізу, який включає вплив на режим реактивної потужності, неоднорідність замкнених контурів транзиту Україна – Угорщина, техніко-економічний аналіз тощо.

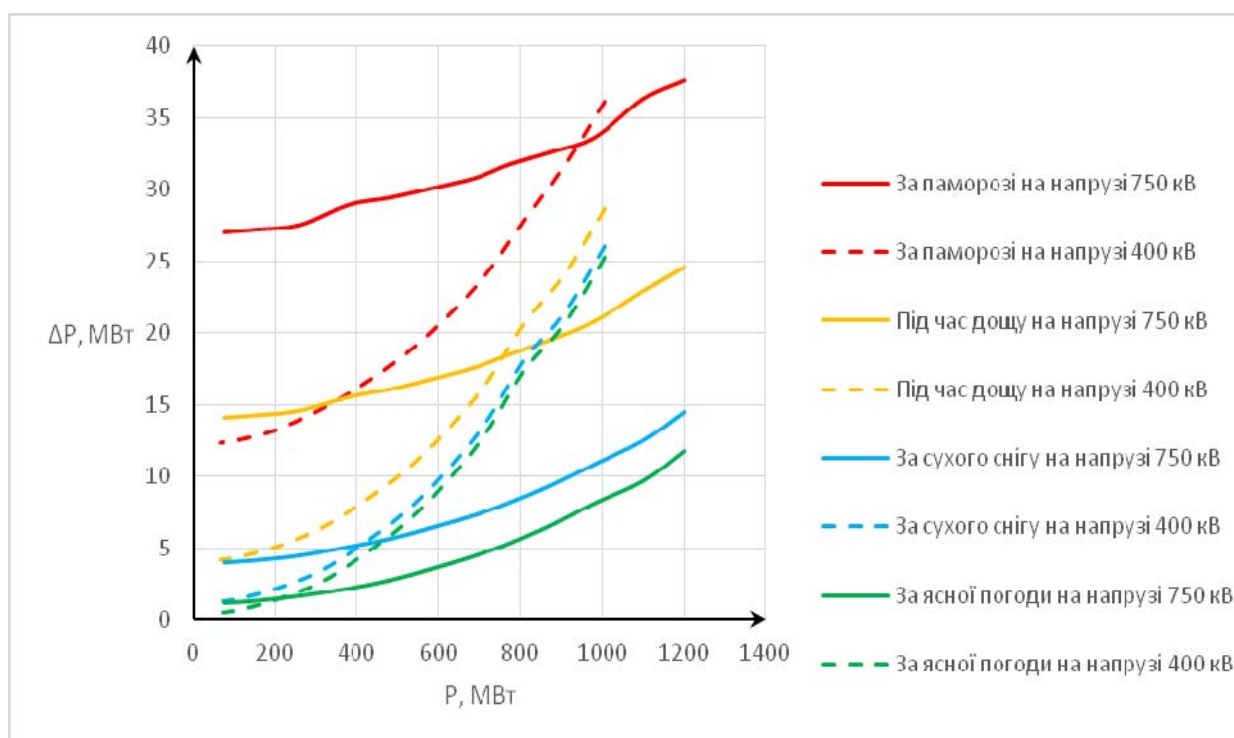


Рис. 6. Залежність сумарних втрат активної потужності від навантаження, яке несе електропередача «Західноукраїнська – Саболчбака»

Висновки. 1. Встановлено, що експлуатація міждержавної повітряної лінії електропередачі «Західноукраїнська – Саболчбака» на номінальній напрузі 750 кВ супроводжується значними втратами активної потужності, зумовленими коронним розрядом, особливо за несприятливих погодних умов. Частка втрат на корону для цієї лінії перевищує джоулеві втрати у 2–2,5 рази, що суттєво знижує ефективність її використання в режимах порівняно малих навантажень навантаження (до 30–40 % натуральної потужності).

2. Моделювання роботи лінії у середовищі PowerFactory показало, що переведення лінії на номінальну напругу 400 кВ у габаритах наявної лінії приводить до істотного зниження втрат на коронний розряд, проте супроводжується збільшенням джоулевих втрат через підвищення робочого струму. Загальні втрати активної потужності за таких умов залежать від навантаження та погодних умов: за невеликих навантажень (до 200 МВт за ясної погоди) варіант на 400 кВ виявляється енергоефективнішим; за зростання навантаження понад 750–900 МВт більш доцільною є експлуатація лінії на 750 кВ, оскільки сумарні втрати при цьому менші.

3. Визначено критичні значення навантаження, за яких ефективність переходу на 400 кВ втрачається: близько 200 МВт за ясної погоди, 400 МВт – під час сухого снігу, 750 МВт – під час дощу, 950 МВт – за паморозі.

4. Остаточне рішення щодо оптимального режиму експлуатації потребує додаткового комплексного аналізу, зокрема оцінки впливу на баланс реактивної потужності, стійкість системи та економічну ефективність реконструкції мережі.

1. Yaremak I. EU–Ukraine Cross-Border Energy Cooperation: Trends and Directions for Post-War Reconstruction. *Borders in Globalization Review*. 2025. Vol. 6. No 2. DOI: https://doi.org/10.18357/big_r62202522129
2. Kasembe A. et al. Regional Investment Plan Continental Central East. 2023. URL: <https://tyndp.entsoe.eu/resources/regional-investment-plan-2022-continental-central-east>
3. Katsadze T. et al. Determination of active power losses components in long-distance ac power transmission. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. Vol. 2022. No 4. Pp. 54–58. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.054>
4. TB 838 - Coatings for protecting overhead power networks against icing, corona noise, corrosion and reducing their visual impact. Paris : CIGRE 838, 2021.
5. Gupta P. K., Tuttelberg K., Kilter J. Weather dependency of corona losses on 330 kV overhead transmission lines. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2024. Vol. 155. Pp. 109537. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2023.109537>
6. Кучанський В.В., Тугай Ю.І., Тугай І.Ю. Обґрунтування конструкції розщепленої фази повітряних міжсистемних ліній електропередавання. *Вісник ВПІ*. 2024. Т. 177. № 6. С. 27–33. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-177-6-27-33>
7. Кучанський В.В., Зайцев Є.О., Коваленко О.М. Аналіз експериментальних оцінок втрат потужності на коронування повітряних міжсистемних ліній електропередавання. *Вісник ВПІ*. 2024. Т. 175. № 4. С. 22–29. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-175-4-22-29>
8. Олубакінде Е. Дослідження впливу ємності розщепленої фази на втрати потужності, пов'язані з коронним розрядом. *Вісник Національного технічного університету "ХПІ"*. Серія: Енергетика: надійність та енергоефективність. 2022. № 1 (4). С. 56–61. DOI: <https://doi.org/10.20998/2224-0349.2022.01.08>
9. Кучанський В. та ін. Оцінка втрат електроенергії на корону в повітряних лініях 220–750 кВ з урахуванням конструктивних параметрів опор. *Праці інституту електродинаміки НАН України*. 2025. Вип. 72. С. 15–25. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.015>
10. СОУ-Н ЕЕ 40.1.3741933.82: 2013. Методичні рекомендації визначення технологічних витрат електричної енергії в трансформаторах і лініях електропередавання. Вид. офіц. 2013. 88 с.

RESEARCH TO THE POSSIBILITY OF CONVERTING THE INTER-STATE ELECTRICITY TRANSMISSION LINE WESTERN UKRAINE – SZABOLCSBÁNYA TO NOMINAL VOLTAGE OF 400 KV

T. Katsadze^{1,2}, **D. Luhin**¹

1 – National Technical University of Ukraine Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Beresteiskyi ave., 37, 03056, Kyiv, Ukraine

2 – Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Beresteiskyi ave., 56, 03057, Kyiv, Ukraine

The article discusses the technical and energy feasibility of converting the inter-state overhead power line Zakhidnoukrainska – Szabolcsbaka from a nominal voltage of 750 kV to 400 kV within the dimensions of the existing line. The relevance of the study is determined by the need to improve the efficiency of the unified energy system of Ukraine, strengthen its stability, and integrate it with the energy market of the European Union. One of the key elements of the interstate energy intersection is the 750 kV Zakhidnoukrainska – Szabolcsbaka line, whose operating modes are characterized by significant power losses due to corona discharge. The paper presents the results of modeling the Ukraine-Hungary transit operating modes, performed in the PowerFactory software environment for two line operation options – at 750 kV and 400 kV. A comparative analysis of active power losses (Joule losses and corona losses) was performed, taking into account the influence of weather conditions (clear weather, rain, snow, frost) and different load levels. The calculations showed that at a voltage of 750 kV, corona discharge losses prevail over Joule losses, especially in unfavorable weather conditions, while in the 400 kV option, the share of corona losses is significantly reduced, but Joule losses increase. It has been established that reducing the nominal voltage to 400 kV is energy efficient only at relatively low line loads – up to 200 MW in clear weather, up to 400 MW during snow, 750 MW during rain, and 950 MW during

frost. For larger power flows, it is advisable to maintain a voltage of 750 kV, as the total losses are lower in this case. Ref. 10, fig. 6, tables 4.

Keywords: interstate power transmission, extra-high voltage, power losses, corona discharge, corona losses, PowerFactory, energy efficiency.

1. Yaremak I. EU–Ukraine Cross-Border Energy Cooperation: Trends and Directions for Post-War Reconstruction. *Borders in Globalization Review*. 2025. Vol. 6. No 2. DOI: https://doi.org/10.18357/big_r62202522129
2. Kasembe A. et al. Regional Investment Plan Continental Central East. 2023. URL: <https://tyndp.entsoe.eu/resources/regional-investment-plan-2022-continental-central-east>
3. Katsadze T. et al. Determination of active power losses components in long-distance ac power transmission. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. Vol. 2022. No 4. Pp. 54–58. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.054>
4. TB 838 - Coatings for protecting overhead power networks against icing, corona noise, corrosion and reducing their visual impact. Paris : CIGRE 838, 2021.
5. Gupta P. K., Tuttelberg K., Kilter J. Weather dependency of corona losses on 330 kV overhead transmission lines. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2024. Vol. 155. Pp. 109537. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2023.109537>
6. Kuchansky V.V., Tugai Y.I., Tugai I.Y. Substantiation of the Split Phase Construction of the Overhead Intersystem Power Transmission Lines. *Visnyk of Vinnytsia Politechnical Institute*. 2024. Vol. 177. No 6. Pp. 27–33. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-177-6-27-33>
7. Kuchansky V.V., Zaitsev I.O., Kovalenko O.M. Analysis of Experimental Estimates Power Corona Losses on Overhead Intersystem Power Transmission Lines. *Visnyk of Vinnytsia Politechnical Institute*. 2024. Vol. 175. No 4. Pp. 22–29. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-175-4-22-29>
8. Olubakinde E. Investigation of the influence of bundled conductor capacitance on power losses associated with corona discharge. *Bulletin of the National Technical University KhPI. Series: Energy: Reliability and Energy Efficiency*. 2022. No 1 (4). Pp. 56–61. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.20998/2224-0349.2022.01.08>
9. Kuchanskiy V. et al. Estimation Of Corona Electricity Losses In 220–750 kV Overhead Lines Taking Into Account The Design Parameters Of Supports. *Praci Institutu elektrodynamiky Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*. 2025. Iss. 72. Pp. 15–25. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.015>
10. SOU-N EE 40.1.3741933.82: 2013. Methodological recommendations for determining technological consumption of electrical energy in transformers and power transmission lines. Official edition. 2013. 88 p. (Ukr)

Надійшла: 02.03.2026
Прийнята: 20.03.2026

Submitted: 02.03.2026
Accepted: 20.03.2026

КОГЕНЕРАЦІЯ В МІКРОМЕРЕЖАХ

І.М. Кучерява, докт. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна
e-mail: rB.irinan@gmail.com

Представлено сучасний стан розвитку найважливіших технологій у сфері розподіленої генерації, що стосуються процесів когенерації та тригенерації. Когенерація – надійне, енерго- та економічно ефективне, а також екологічне рішення в сумісному виробництві електричної і теплової енергії. Тригенерація дає змогу одночасно виробляти електро- і теплоенергію з додатковим холодом (охолодженням). Надано загальну характеристику когенераційних систем, їхні переваги та несприятливі фактори. Розглянуто різні типи систем когенерації – із верхнім, нижнім і комбінованим циклами роботи. Описано й порівняно характерні особливості сучасних когенераційних установок та систем контролю когенерації в мікромережах. Окреслено поточний стан і важливість розширення когенерації в Україні. Бібл. 26, рис. 5, табл. 4.

Ключові слова: енергосистема, мікромережа, когенерація, тригенерація, електрична і тепла енергія, гібридна когенерація, відновлювані джерела енергії, технології когенерації, енергоефективність, екологічність.

Вступ. Зростання енергоспоживання і вартості палива, розвиток цифрових і комунікаційних технологій та зміна клімату обумовили необхідність вирішення проблеми енергоефективності та широкого розповсюдження мікромереж. Мікромережі можуть мати особливі переваги, наприклад, завдяки використанню системи когенерації, тобто виробництву як електричної, так і теплової енергії з одного джерела палива. Система когенерації має високу ефективність, менші витрати та безпечні викиди в навколишнє середовище порівняно з технологіями виробництва одного виду енергії [1, 2]. Когенерація використовується на електростанціях, промислових і комерційних підприємствах, в офісних будівлях та житлових комплексах.

Обсяг світового ринку когенерації в 2025 р. було оцінено в 30,14 млрд. доларів США, і за прогнозами очікується рівень 68,78 млрд. доларів до 2035 р. зі щорічним темпом зростання 8,6 % у період 2026–2035 рр. У 2026 р. прогнозується обсяг ринку когенераційного обладнання в 32,47 млрд. доларів США [3]. Постійне зростання ринку обумовлено високими вимогами до енергетичної й економічної ефективності, оскільки для промислових галузей і комунальних підприємств важливим є оптимізація використання палива та зниження експлуатаційних витрат. Крім того, перспективи пов'язуються з системами когенерації на основі відновлюваної енергії, що підтримуються біомасою, біогазом і водневими технологіями, які відповідають цілям стійкості та енергетичної безпеки.

Відповідно до [4] «комбіноване виробництво електричної та теплової енергії (когенерація) – спосіб одночасного виробництва електричної та теплової енергії в межах одного технологічного процесу». Тобто в одному ланцюгу поєднується виробництво і споживання теплової енергії. Відходи теплової енергії система когенерації використовує для створення тепла за допомогою розподілених енергетичних ресурсів, як-от паливні елементи та мікротурбіни [5].

У процесах когенерації вироблена тепла енергія зазвичай використовується на місці для виробництва тепла або пари в промислових процесах, кондиціонування приміщень та гарячого водопостачання. Однак, якщо когенераційна система виробляє більше корисної теплової енергії, ніж потрібно на місці, може здійснюватися її розподіл до сусідніх об'єктів, що сприяє покращенню економіки та енергоефективності. До того ж, оскільки когенерація передбачає виробництво двох форм енергії в одному процесі, вона може забезпечувати значну економію енергії порівняно з технологіями окремого виробництва електричної та теплової енергії.

Метою цієї статті є огляд технологій когенерації, що застосовуються в мікромережах, та створення інформаційного підґрунтя для просування аналогічних технологічних рішень і засобів в Україні.

Загальна характеристика систем когенерації. Системи когенерації можуть забезпечувати достатню кількість теплової енергії для промислового попиту та комерційних застосувань (опалення і в загальному випадку охолодження), а також для комунальної мережі, когенерація є конкурентоспроможною порівняно з технологіями окремого виробництва електричної та теплової енергії, оскільки відносно недорога та має певні переваги [5, 6]:

- автономне енергозабезпечення – виробництво електроенергії на місці, стійке до відключень у мережі;
- відсутність необхідності довгих ЛЕП та підстанцій;
- енергетична безпека, зокрема живлення критично важливих об'єктів у надзвичайних ситуаціях та зняття обмежень перевантаження наявної інфраструктури;
- надійність – зменшення ризику перебоїв у електропостачанні;
- ефективність – високий коефіцієнт корисної дії (ККД);
- економічні переваги – менші витрати на енергію, на енергоносії, нижча собівартість електричної і теплової енергії ніж тарифи у центральній мережі, можливість прогнозування ціни на енергію;
- екологічна безпека – зменшення забруднення навколишнього середовища.

Під екологічністю тут і далі розуміється зниження рівня шкідливих викидів у середовище при когенерації порівняно з роздільним виробництвом електричної і теплової енергії, без розгляду і порівняння різних видів палива, на якому працюють когенераційні установки (газ, нафтопаливо, дизельне паливо, гас, тверді відходи і т. ін.).

До несприятливих факторів когенерації можна віднести нижчезазначені:

- технічні складності системи когенерації, необхідність професійної експлуатації та належного технічного обслуговування;
- забезпечення окремих типів пального для деяких установок когенерації;
- наявність інфраструктури (обладнання для передачі електро- та теплоенергії: силових кабелів, місцевих ЛЕП, тепломереж);
- низька ефективність за малого навантаження (у разі низького виробництва електроенергії та тепла);
- достатньо висока вартість і складність установа, особливо для об'єктів і підприємств з невеликим бюджетом;
- окупність вкладених коштів впродовж певного часу;
- коливання цін на ринкові енергетичні ресурси.

Порівняно з системою генерації одного виду енергії когенерація може досягати ККД до >80 %, що визначає ефективність її впровадження [7]. ККД системи когенерації залежить від типу первинного двигуна, його розміру та температури, за якої може бути використано рекупероване тепло.

Ефективність генерації електроенергії за нижчої теплоти згорання палива та найбільш прийнятний діапазон потужності для різних когенераційних технологій показано на рис. 1.

Відмінності когенерації від окремого виробництва електричної та теплової енергії показано в табл. 1 та на рис. 2.

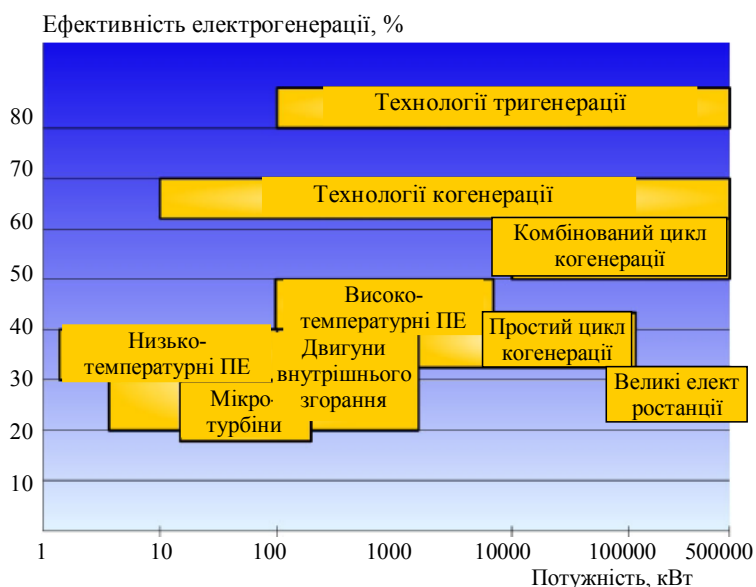


Рис. 1. Ефективність та діапазон потужності для різних технологій когенерації [8].

Т Позначено ПЕ – паливні елементи

Таблиця 1

Показник	Роздільна генерація електро- і теплоенергії	Когенерація
ККД	30–40 %	до 90 %
Питомі витрати палива	високі	низькі
Вплив на довкілля	вище	нижче

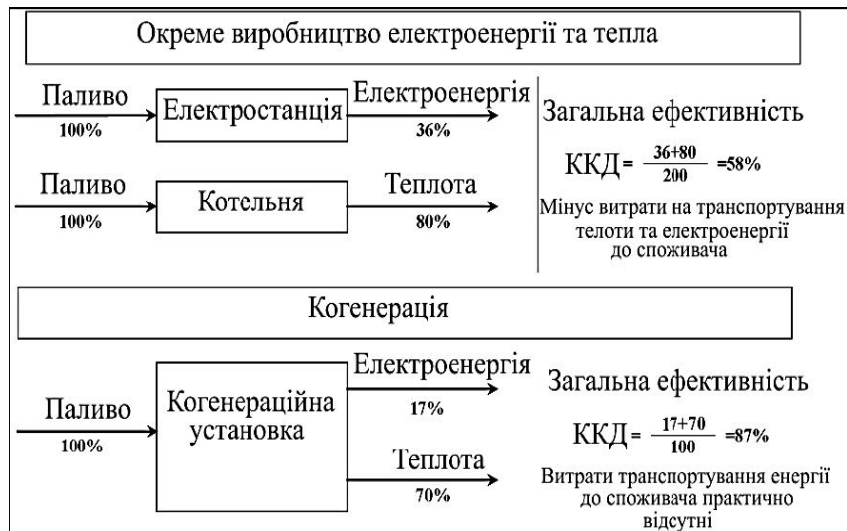


Рис. 2. Порівняння окремого виробництва електроенергії і тепла з когенерацією [9]

Зазвичай ККД енергоустановки визначається відношенням корисної енергії, одержуваної на виході, до підведеної енергії на вході. Відповідно до мікромереж ККД когенерації представляється як електричним, так і загальним ККД [7]:

$$\text{Електричний ККД} = \frac{\text{Електрична потужність, кВт}}{\text{Споживання палива, кВт}};$$

$$\text{Загальний ККД} = \frac{(\text{Корисна теплова потужність} + \text{Електрична потужність}), \text{кВт}}{\text{Споживання палива, кВт}}.$$

Як зазначається в [7], серед усіх систем мікромереж когенераційна система з комбінованим виробництвом тепла та електроенергії (теплоелектрогенерація) є найкращою для мережі.

Мікромережі розробляються з різною організацією джерел енергії, накопичувачів енергії, пристроїв силової електроніки та навантажень. Численні статті, наприклад [10–15], обговорюють підходи щодо вдосконалення системи когенерації. Сучасні дослідження охоплюють питання відносно її впровадження, проектування архітектури, ефективності, системи управління, оптимізації, техніко-економічного аналізу та характеристик, а також використання відновлюваних джерел енергії та впливу на довкілля [11, 13, 14].

Однотимчасне виробництво електричної та теплової енергії (тепла, холоду або їх обох) – суттєвий спосіб оптимізації енергоефективності. Важливо, що когенерація дає змогу економити енергію завдяки комбінованому виробництву.

При окремому виробництві електроенергії значна частина енергії, що міститься в паливі, втрачається. Із 100 % енергії палива лише ~33 % перетворюється в електричну енергію, решта втрачається через вихлопні гази, механічні втрати, а також електричні втрати при передачі та розподілі та ін. На відміну від цього система когенерації має ККД до 84 %, тобто ~84 % енергії, що міститься в паливі, використовується для електро- і теплогенерації (25–30 % електроенергії та 59–54 % теплової енергії) [8].

Зазначене можна проаналізувати на прикладі сучасних газових турбін, електричний ККД яких становить приблизно 42 %, та тих, що працюють у комбінованому циклі, з ККД до 55 %. У такому випадку із застосуванням технологій когенерації може бути досягнена загальна ефективність до 87 і 90 % відповідно [8].

Слід зауважити, що з терміном «когенерація» пов'язується не тільки сумісне виробництво електро- і теплоенергії, але й технології додаткового створення холоду (охолодження), що є основою тригенерації, а також корисний відпуск механічної енергії [4].

За останнє десятиліття когенерація набула значного поширення у світовому масштабі завдяки використанню газу, біомаси та енергетично цінних відходів. Розширення застосування когенерації передбачається завдяки новим технологіям багаторазового виробництва електроенергії, тепла, холоду (кондиціонування), регенерації води та хімічних продуктів [8].

Розрізняються малі когенераційні установки з установленою потужністю менше 1 МВт та мікро-когенераційні установки з максимальною потужністю менше 50 кВт [8].

Високоєфективна когенерація відповідає критерію виробництва із заощадженням первинної енергії принаймні на 10 % порівняно з еталонними значеннями для роздільного виробництва тепла та електроенергії, і виробництво на малих та мікрокогенераційних установках, що забезпечує заощадження первинної енергії, може вважатися високоєфективною когенерацією [16].

Типи систем когенерації. Розрізняються три типи систем: із прямим циклом роботи або з пріоритетом виробництва електроенергії (topping cycle), із використанням скидного технологічного тепла (bottoming cycle) та комбінованим циклом (combined cycle) [10].

Здебільшого когенерація працює у пріоритеті виробництва електроенергії, коли паливо спочатку використовується для виробництва електроенергії або механічної енергії на об'єкті, а частина відпрацьованого тепла йде далі для отримання корисної теплової енергії. Вироблена електроенергія може бути використана для опалення будівлі / приміщень або передана до електромережі. Далі забезпечується отримання технологічного тепла, гарячої води або опалення приміщень. У такому випадку установка зосереджена на виробництві електроенергії та продажу надлишкової електроенергії електроенергетичній компанії і зазвичай розрахована також на задоволення потреб об'єкта в теплі.

Когенераційні системи з використанням скидного технологічного тепла спочатку виробляють корисне тепло для виробничого процесу шляхом спалювання палива або будь-якої хімічної реакції, що генерує тепло, та рекуперують деяку частину відпрацьованого тепла для виробництва електроенергії. Такий цикл асоціюється з перетворенням відходів тепла в енергію і часто застосовується в переробних галузях, таких як скляна та сталеливарна промисловість, заснованих на високотемпературних процесах. Потім певна частина відведеного тепла рекуперується та використовується для виробництва електроенергії в мережі (наприклад, за допомогою парової турбіни).

У сучасних технологіях прямий цикл роботи системи і використання скидного технологічного тепла поєднуються та формують комбінований цикл для кращої ефективності (рис. 1).

Загальну схему когенерації в мікронережах із потоками передачі електро- та теплоенергії від блоків навантаження, генерації та зберігання енергії показано на рис. 3 [17].

Характеристика технологій когенерації. При виборі найбільш прийнятної технології когенераційного виробництва енергії керуються такими критеріями, як обсяг електричної енергії, що виробляється пристроєм, співвідношення між потребами в електричній та тепловій енергії, тиск виробленої пари і т. ін.

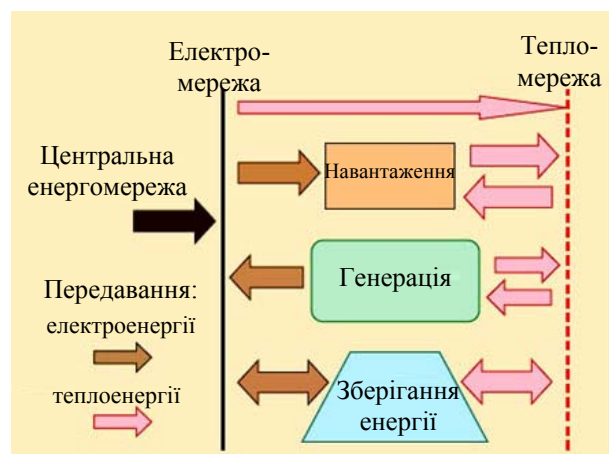


Рис. 3. Загальна схема передачі електро- та теплоенергії в мікронережах [17]

Основна ознака, за якою класифікують когенераційні установки (зарубіжний аналог – CHP – combined heat and power plant) – це тип первинного двигуна. На сьогодні більшість виробників пропонують варіанти двигунів: газопоршневий, газотурбінний, мікротурбінний.

Газотурбінні установки використовують газ, що спалюється в камері. Продукти згорання призводять до руху турбіни. Механічна енергія обертання перетворюється на електроенергію. Тепло, що виробляється від вихлопних газів, надходить до теплообмінника для виробництва гарячої води або пари. Такі когенераційні установки мають високу надійність, потужність від 250 кВт до 200 МВт, загальну ефективність до 87 % [8].

Паротурбінні установки працюють на парі. Пара високого тиску крутить турбіну, що виробляє електричну енергію. Відпрацьована пара використовується для опалення. Паротурбінні когенераційні установки можуть працювати на різноманітному паливі: природний газ, тверді відходи, вугілля, деревина та її відходи, сільськогосподарські субпродукти.

Поршневі двигуни працюють на газі або дизелі. Тепло від вихлопних газів і рідини, що охолоджує, йде на подальше використання. Розрізняються поршневі двигуни із запаленням від стиску (дизелі) та із запаленням від іскри, що мають діапазон електричної потужності і загального ККД – 0,2–20 МВт і 0,003–6 МВт та 65–90 % і 70–90 % відповідно.

Паливні елементи (ПЕ) представляють собою електрохімічний пристрій – електрохімічний генератор, що конвертує хімічну енергію реагентів – палива та оксиданта (окислювача) безпосередньо в електричну енергію шляхом електрохімічної реакції, в якій оксидантом є повітря або кисень, тобто забезпечується пряме перетворення хімічної енергії в електричну. Водневий ПЕ використовує водень як паливо та кисень (з повітря) як окислювач. Крім того, паливом можуть бути вуглеводні сполуки і спирти, а окислювачами – повітря, хлор, оксид хлору. ПЕ працюють, поки надходить паливо та окислювач, склад хімічної речовини в процесі роботи не змінюється, тому ПЕ не потрібно перезаряджати. Високотемпературні ПЕ працюють при температурі до 800–1000° С і мають більшу ефективність, ніж низькотемпературні, які функціонують до 100° С (рис. 1). ПЕ екологічні, успішно використовуються в мікромережах для комбінованих теплоелектричних застосувань.

Двигуни Стирлінга – це теплові машини, в яких газ або рідина рухається в замкнутому об'ємі та періодично нагрівається й охолоджується з метою вилучення енергії за зміни тиску. Двигуни працюють від будь-якого перепаду температури, від спалювання палива і від будь-якого джерела енергії. Можуть використовуватися такі гази, як водень і гелій, що мають прийнятні термодинамічні властивості, а також зовнішні теплові джерела – ядерне, викопне паливо, біомаса, геотермальні джерела [8].

Мікротурбіни – невеликі, компактні турбіни, в яких спалюється газоподібне або рідке паливо для роботи електрогенератора. За своєю конструкцією вони подібні до газових турбін. Вихідна потужність – до 330 кВт. Мікротурбіни розраховані на більшість промислових видів палива: природний газ, пропан, дизельне паливо, гас, супутній нафтовий газ, а також відновлювані види палива (біодизель, біогаз). У режимі когенерації може досягатися високий коефіцієнт використання палива – ~85 %. Характерні властивості мікротурбін наведено в табл. 2 [10].

Таблиця 2

Електрична потужність	33,030–330 кВт; з модульним пакетуванням до 1000 кВт
Термічні характеристики	Температура на виході 260–316° С, необхідна для потреб постачання як гарячої води, так і пари. Можливість резервування охолодженої води для подальших процесів охолодження та кондиціонування
Різнорманітність палива	Природний газ, рідке паливо (бензин, гас, дизельне паливо і т. ін.)
Надійність та строк служби	40000–80000 годин з модернізацією
Викиди	Невелике NO _x згорання в разі роботи на природному газі
Модульність	Блоки можуть бути з'єднані паралельно за великих навантажень для забезпечення надійності
Габарити	Компактність – 0,7–0,85 м, невелика вага – 18–23 кг/кВт

Газові мікротурбіни. Діапазон потужності – від 25 до 300 кВт. Працюють на різноманітному паливі, не потребують особливого обслуговування, низькошумні, мало забруднюють середовище. Можливі чотири різні режими роботи: ізольовано від електричної мережі, з підключенням до мережі, подвійний режим з автоматичним переходом від ізольованої роботи до підключення до мережі, а також як згрупована система паралельно з мережею для постачання значної кількості енергії [8].

Основні характеристики технологій когенерації наведено в табл. 3, 4.

Таблиця 3

Параметри	Парова турбіна	Газова турбіна	Мікротурбіна	Паливні елементи
Вартість встановлення (\$/кВт)	670–1100	1200–3300	2500–4300	5000–6500
Вартість обслуговування (\$/кВт)	0,006 до 0,01	0,009 до 0,013	0,009–0,013	0,032–0,038
Потужність	500 кВт до 80 МВт	250 кВт – 200 МВт	20–250 кВт	0–83,6 МВт
Електричний ККД	5–40%	24–36%	22–28%	30–63%
Загальний ККД	~80%	66–71%	63–70%	55–80%
Часткове навантаження	так	слабко	так	добре
Час до ремонту (години)	>50000	25000–50000	40000–80000	32000–64000
Коефіцієнт готовності	72–99%	93–96%	98–99%	>95%
Час пуску	1 год. до 1 дня	10 хв. до 1 дня	60 с	3 год. до 2 днів
Питома потужність (кВт/м ²)	> 100	20–500	5–70	5–20
Паливо	усі види палива	природний газ, синтетичний газ, нафтопаливо	природний газ, рідкі палива	водень, природний газ, пропан, метанол
Застосування теплової енергії	технологічний пар, централізоване теплостачання, гаряча вода, охолоджена вода	обігрів, гаряча вода, низько- та високоенергетична пара	гаряча вода, охолодження та нагрів	гаряча вода, низько- та високоенергетична пара

Таблиця 4

Технологія	Паливо	Електрична ефективність (%)	Загальна ефективність (%)
Парова турбіна	Будь-яке паливо	7–20	60–80
Газова турбіна	Газоподібне та рідке	25–42	65–87
Комбінований цикл	Газоподібне та рідке	35–55	73–90
Дизельні двигуни та двигуни внутрішнього згорання зі згоранням при постійному об'ємі (Otto engines)	Газоподібне та рідке	25–45	65–92
Мікротурбіни	Газоподібне та рідке	15–30	60–85
Паливні елементи	Газоподібне та рідке	~37–50	~85–90
Двигуни Стирлінга (Stirling engines)	Газоподібне та рідке	~40	~65–85

Слід відмітити також гібридну когенерацію – когенерацію у поєднанні з відновлюваними джерелами енергії, наприклад, одночасне використання паливних елементів, мікротур-

біни та фотоелектричної енергії, або паливних елементів і сонячної енергії, або сонячної, фотоелектричної енергії та мікрогенерації ін. [10]. У напрямку енергофактивності і рентабельності саме гібридна когенерація вважається оптимальним рішенням для мікромереж [10].

Тригенерація. Подальшим розвитком когенерації є тригенерація (рис. 4 [18]). У деяких когенераційних системах передбачена наявність охолоджувача абсорбційного типу, і

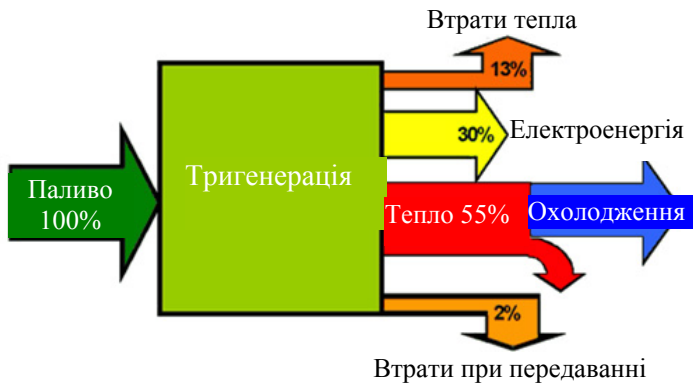


Рис. 4. Схема і характеристика тригенерації.

тепло, що виникає в процесі когенерації, часто використовується для створення холоду. Його можна направляти на системи кондиціонування повітря в приміщеннях, холодильні установки або застосувати в технологічних цілях, зокрема в технологіях сушіння повітрям. Такі системи називаються тригенераційними, оскільки вони виробляють електроенергію, тепло і холод одночасно.

Тригенерація відрізняється від когенерації тим, що теплова енергія, яка виробляється, використовується і

для нагрівання, і для охолодження.

Тригенерація має низку переваг, основні з яких такі:

- високоефективне виробництво електроенергії, тепла та охолодження на місці;
- теплова енергія двигуна використовується для виробництва пари або гарячої води на місці;
- зниження витрат на паливо та енергію;
- скорочення викидів парникових газів;
- відсутність шкідливих хімічних забруднювачів, оскільки вода використовується як холодоагент (охолоджуюче середовище).

Контроль когенерації. У випадку інтеграції когенераційної системи в інтелектуальні електроенергетичні системи необхідною є складна автоматизована система управління енергією відповідно до потреб споживачів в електроенергії та теплі. Сучасне когенераційне устаткування складається з високотехнологічного обладнання з великим набором технічних характеристик. Для управління роботою когенераційною установкою в автоматичному, напівавтоматичному або ручному режимі, використовуються різні електронні системи керування і діагностики з відповідним набором програмного забезпечення та візуалізацією технологічного процесу [10, табл. 7].

Управління і спеціальний контроль особливо важливі для промислових об'єктів із метою підтримки автоматизації і реалізації виробничих систем. Це передбачає запровадження алгоритмів програмованої логіки (PLC – programmable logic control), SCADA (supervisory control and data acquisition) програм, контролю зі зворотним зв'язком та комплексних режимів контролю.

У мікромережах системи контролю когенерації мають три рівня: первинний, вторинний і третинний [19]. Принципово ці рівні відповідають локальному, централізованому і децентралізованому контролю. Локальний (первинний) контроль передбачає управління пристроями силової електроніки і контроль частоти, напруги, струму, активної і реактивної потужності в мережі. На вторинному рівні здійснюється синхронізація усієї мережі та контроль за локальним рівнем. На третинному рівні реалізується загальний контроль потоків енергії, зокрема від когенерації, оптимальна робота мережі в різних режимах, контроль на глобальному рівні.

Децентралізований контроль застосовується у випадках, коли мікромережа має декілька незалежних власників зі своїми інтересами і вимогами до енергоресурсів, підтримки споживачів і експорту енергії до основної мережі, а також різними рішеннями і цілями на ринку, що потрібно окремо враховувати та синхронізувати. На відміну від цього, централізо-

ваний контроль когенерації передбачає єдину схему управління відповідно до чотирьох основних умов: 1) цін, що діють на ринку; 2) наявних генеруючих ресурсів в мікромережі; 3) навантажень, що обслуговуються; 4) потреби в електро- та теплоенергії з урахуванням її рівня (обсягу) і ціни. Централізований контроль менш витратний, його легше реалізувати і підтримувати, проте він є ефективним лише для невеликих мікромереж і не підходить для мікромереж із перспективою розширення і великою кількістю складових [10].

Застосування сучасних цифрових систем управління та автоматизації, нових алгоритмів контролю дає змогу підвищити ефективність роботи когенераційних установок.

Стан когенерації в Україні. Когенерація розглядається як один із ключових підходів до підвищення енергетичної безпеки України, особливо в умовах військових дій та постійних загроз руйнування енергетичної інфраструктури. Когенераційні установки активно застосовуються як джерела аварійної подачі тепла та / або електроенергії, що актуально в разі збоїв в електричних мережах.

Державна політика України в сфері використання когенераційних установок ґрунтується на засадах розвитку та збалансованого використання когенераційних установок у національній економіці [4]. Стимулювання збільшення когенераційних установок та загального обсягу когенераційної електроенергії проводиться завдяки фінансовій підтримці, податковим стимулам та посиленій регуляторній базі [4, 20].

Створено сприятливі умови для розвитку когенераційних технологій, зокрема впроваджено європейський механізм кваліфікації високоефективної когенерації, спрощено введення в експлуатацію газопоршневих когенераційних установок, звільнено від мита та ПДВ імпорт когенераційного обладнання та ін. [4, 20]

Загальний стан розвитку когенерації в 2024–2025 рр. відображено на рис. 5 [20]. Зокрема в I півріччі 2025 р. кваліфіковано 31 високоефективну когенераційну установку (КУ) із 390 МВт електричної та 1764 МВт теплової потужності [20].

Сучасні технології когенерації відкривають можливості для промисловості, всіх сфер економіки, суттєво знижуючи водночас витрати на енергію. Використання когенераційних установок дає змогу виробляти електричну і теплову енергію для власних потреб, а також постачати її в загальну мережу і продавати її на ринку. Деякі великі підприємства впроваджують такі установки задля незалежності від центральних мереж, тобто для забезпечення енергією незалежно і цілодобово. Прикладом такого рішення є практичний досвід ПАТ «Завод Південкабель», на якому створено промислову мікромережу з оптимальним використанням її елементів і зменшенням загальних витрат, які враховують вартість електроенергії від кожного джерела мікромережі, зокрема когенераційної установки з активною потужністю 1,5 МВт та максимальною реактивною потужністю 0,5 МВАр [21].

Високу ефективність у системах сумісного електро- і тепlopостачання України показують газопоршневі когенераційні установки, зокрема на базі двигунів Jenbacher з електричною потужністю від 294 до 1141 кВт та електричним ККД до 41 % [22, 23]. Слід відмітити, що когенерація є економічно доцільною, надає можливості кардинально зменшити витрати на електропостачання й опалення, проте має певні терміни окупності первинних інвестицій.

Тенденція інтеграції відновлюваних джерел енергії, таких як біомаса, біогаз, водень, сприяє розвитку когенерації та екологічно чистих енергетичних технологій. Використання біомаси як сировини дає змогу промисловості знижувати викиди вуглецю за умови стабільного енергопостачання. В Україні відомі когенераційні установки, що працюють на біомасі



Рис. 5. Стан когенерації в Україні

(лушпинні соняшника та щепі) [24]. Природні джерела енергії, серед яких торф та різноманітні тверді відходи, також покращують енергозбереження та енергоефективність.

Передові технології когенерації, як-от модульні конструкції та залучення відновлюваних видів палива, значно розширюють її можливості в мікромережах та енергетичних системах [25, 26].

Висновки. У статті надано огляд сучасних когенераційних технологічних систем, які запроваджуються в мікромережах, починаючи від переваг і недоліків таких систем, характеристик і особливостей їхньої роботи до систем контролю та управління в мікромережах.

Серед усіх технологій виробництва і використання енергії в мікромережах когенерація є найбільш ефективною. У когенераційних системах електрична і теплова енергії виробляються одночасно з одного джерела палива з ефективністю до 87 %. Показано, що порівняно з технологіями окремого виробництва енергії когенерація більш ефективна, надійна, економічно вигідна та екологічно безпечна.

Основними первинними двигунами в когенераційних системах є газові турбіни, парові турбіни, мікротурбіни та паливні елементи. Саме паливні елементи є найбільш перспективними, оскільки мають високий загальний ККД (55–80 %) та гнучкість у виборі палива (водень, природний газ, пропан, метанол).

Гібридні когенераційні системи будуються на основі поєднання звичайних технологій когенерації з відновлюваними джерелами енергії і являють собою оптимальне рішення для мікромереж.

Когенерація в застосуванні до мікромереж вимагає ускладненого управління роботою, для чого вбудовуються ієрархічні системи контролю одного з трьох типів: локальний, централізований і децентралізований контроль.

Когенерація розширюється в Україні, зокрема стосовно промислових мікромереж, та за умови воєнних дій і загроз руйнування енергооб'єктів в країні сприяє підтримці та балансу енергосистеми як в частині стабільної роботи, так і в напрямку енергетичної безпеки.

Роботу виконано за темою «Забезпечення ефективного функціонування та розвитку розподіленої енергетики в Україні з використанням технологій мікромереж» (шифр: Режим-3).

1. Державний стандарт України ДСТУ ISO 50001:2020. Системи енергетичного менеджменту. Вимоги та настанови щодо застосування.
2. Kusch S. Cogeneration (combined heat and power production) in Europe. *The 5th International Virtual Research Conference In Technical Disciplines*. November, 13–17. 2017. Pp. 52–55.
3. Cogeneration equipment Market size and forecast 2026–2035. August 12, 2025, Report ID 7388. URL: <https://www.researchnester.com/reports/cogeneration-equipment-market/7388>
4. Закон України Про комбіноване виробництво теплової та електричної енергії (когенерацію) та використання скидного енергопотенціалу. Набрання чинності 22.03.2024.
5. Handbook for cogeneration and combined cycle power plants: second edition. 2010. ASME Press.
6. Siirola J.J., Edgar T.F.. Process energy systems: control, economic, and sustainability objectives. *Computers & Chemical Engineering*. 20 December 2012, Vol 47. Pp. 134–144. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2012.06.019>
7. Nagi H, Neveux T, Le Y. Efficiency evaluation procedure of coal-fired power plants with CO₂ capture, cogeneration and hybridization. *Energy*. 2015. No. 91. Pp. 306–323. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.08.038> – <https://edf.hal.science/hal-01831812/file/2015-07-16%20Manuscript-Final.pdf>
8. Zamora I., San Martín J.I., Mazon A.J., San Martín J.J., Aperribay V., Arrieta J.M. Cogeneration in electrical microgrids. *Renewable Energy and Power Quality Journal*. 2006. Vol. No 1 (04). DOI: <https://doi.org/10.24084/repqj04.226>
9. Когенераційні технології в малій енергетиці: монографія В.А. Маляренко, О.Л. Шубенко, С.Ю. Андрєєв, М.Ю. Бабак, О.В. Сенецький. Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова, Ін-т проблем машинобуд. ім. А.М. Підгорного. Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2018. 454 с.
10. Isa N.M., Chee Wei Tan C.W., Yatim A.H.M. A comprehensive review of cogeneration system in a microgrid: a perspective from architecture and operating system. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, January 2018. Vol. 81. Part 2. Pp. 2236–2263. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.06.034>
11. Haeseldonckx D., Peeters L., Helsen L., D'haeseleer W. The impact of thermal storage on the operational behaviour of residential CHP facilities and the overall CO₂ emissions. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Elsevier, August 2007. Vol. 11. Is. 6. Pp. 1227–1243. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2005.09.004>

12. Shams S., Ahmadian J., Ghorbanian M. J. Applying the CHP (combined heat and power) method on small-scale on-site power generation. *IEEE Conference on Clean Energy and Technology (CEAT)*, Langkawi, Malaysia. 18–20 November 2013. Pp. 303–306. DOI: <https://doi.org/10.1109/CEAT.2013.6775645>
13. Raj N.T., Iniyar S., Goic R. A review of renewable energy based cogeneration technologies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier. October 2011. Vol. 15. Is. 8. Pp. 3640–3648. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2011.06.003>
14. Gu W., Wu Z., Yuan X. Microgrid economic optimal operation of the combined heat and power system with renewable energy. *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Minneapolis, MN, USA. 25–29 July 2010. 6 p. DOI: <https://doi.org/10.1109/PES.2010.5590140>
15. Lee H., Bush J., Hwang Y., Radermacher R.. Modeling of micro-CHP (combined heat and power) unit and evaluation of system performance in building application in United States. *Energy*. September 2013. Vol. 58. Pp. 364–375. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.05.015>
16. Директива Європейського парламенту і Ради 2012/27/ЄС від 25 жовтня 2012 року про енергоефективність. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/en/984_017-12/ed20121025#n56
17. Katiraei F., Iravani R., Hatziargyriou N., Dimeas A. Microgrid management. Controls and operation of microgrids. *IEEE Power & Energy Magazine*. 2008. Pp. 54–65.
18. Zafar S. Trigeneration systems: working principle and benefits. *Energy, Industry*. July 18, 2025. URL: <https://www.ecomena.org/trigeneration-systems/>
19. Кучерява І.М. Мікромережі: сучасний стан і перспективи розвитку. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. 2025. Вип. 71. С. 28–43.
20. Високоєфективна когенерація: енергетичний хаб для громад і промисловості. 08 жовтня 2025. URL: <https://saee.gov.ua/news/vysokoefektyvna-koheneratsiia-enerhetychnyi-khab-dlia-hromad-i-promyslovosti>
21. Щерба А.А., Подольцев О.Д., Білянin Р.В., Антоненко Т.Ю., Дадажанов Ю.В. Моделювання та аналіз довготривалих 24-годинних процесів змінення потоків електричної енергії в мікромережі промислового підприємства. *Технічна електродинаміка*. 2026. № 1. С. 62–71. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2026.01.062>
22. Степанов Д.В., Резидент Н.В. Ефективність газопоршневих когенераційних установок в системах централізованого тепlopостачання. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2023. № 2. С. 36–41. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-167-2-36-41>
23. Газопоршневые электростанции GE Jenbacher. URL <http://www.cogeneration.ru/jenbacher>
24. Сільськогосподарські відходи і політика когенерації: досвід Європи та України. ТрансЕнергоКонсалтинг, 2012, 12 с. URL: <https://uabio.org/wp-content/uploads/2012/11/ifc-workshop-golikova.pdf>
25. Цілі сталого розвитку: Україна. Національна Доповідь 2017. URL: <https://www.kmu.gov.ua/storage/app/sites/1/natsionalna-dopovid-csr-Ukrainy.pdf>
26. Аналіз впровадження мікромереж в Україні. Команда підтримки відновлення і реформ при Міністерстві енергетики України. Аналітична робота. Київ, жовтень 2025, 70 с. URL: https://www.mev.gov.ua/sites/default/files/2025-10/mikromerezhi-ua_0.pdf

COGENERATION IN MICROGRIDS

I.M. Kucheriava

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Beresteiskiy ave., 56, Kyiv, Ukraine

e-mail: rB.irinan@gmail.com

This paper presents the current state in development of the most important technologies in the field of distributed generation, related to the processes of cogeneration and trigeneration. Cogeneration is a reliable, energy- and cost-effective and ecological solution in the combined production of electric and thermal energy. Trigeneration allows for the simultaneous production of electricity and heat with additional cold (cooling). The general characteristic of cogeneration systems, their advantages and negative factors are given. The different types of cogeneration systems (with the topping, bottoming and combined cycles of operation) are considered. The features of modern cogeneration plants and cogeneration control systems in microgrids are described and compared. The current state and importance of cogeneration in Ukraine are outlined. Ref. 26, fig. 5, tables 4.

Keywords: power system, microgrid, cogeneration, trigeneration, electric and thermal energy, hybrid cogeneration, renewable energy sources, cogeneration technologies, energy efficiency, decarbonization.

1. State Standard of Ukraine DSTU ISO 50001:2020. Energy management systems. Requirements and guidelines for application. (Ukr)
2. Kusch S. Cogeneration (combined heat and power production) in Europe. *The 5th International Virtual Research Conference In Technical Disciplines*. November, 13–17. 2017. Pp. 52–55.
3. Cogeneration equipment Market size and forecast 2026–2035. August 12, 2025, Report ID 7388. URL: <https://www.researchnester.com/reports/cogeneration-equipment-market/7388>
4. Law of Ukraine On combined heat and power generation (cogeneration) and use of waste energy potential. Valid from 22.03.2024. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2955-20#Text> (Ukr)

5. Handbook for cogeneration and combined cycle power plants: second edition. 2010. ASME Press. URL: <https://ru.scribd.com/document/703790480/859537-fm>
6. Siirola J.J., Edgar T.F. Process energy systems: control, economic, and sustainability objectives. *Computers & Chemical Engineering*, 20 December 2012. Vol. 47. Pp. 134–144. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2012.06.019>
7. Hagi H, Neveux T, Le Y. Efficiency evaluation procedure of coal- fi red power plants with CO₂ capture, cogeneration and hybridization. *Energy*. 2015. No 91. Pp. 306–323. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.08.038> – <https://edf.hal.science/hal-01831812/file/2015-07-16%20Manuscript-Final.pdf>
8. Zamora I., San Martín J.I., Mazon A.J., San Martín J.J., Aperribay V., Arrieta J.M. Cogeneration in electrical microgrids. *Renewable Energy and Power Quality Journal*. 2006. Vol. 1 (04). DOI: <https://doi.org/10.24084/repqj04.226>
9. Cogeneration technologies in small power generation: monograph. V.A. Malyarenko, O.L. Shubenko, S.Yu. Andreev, M.Yu. Babak, O.V. Senetsky. Kharkiv. National University of Urban Economics named after O. M. Beketov. Institute of Problems of Mechanical Engineering named after A.M. Pidgorny. Kharkiv: KhNUMG named after O.M. Beketov. 2018. 454 p. (Ukr)
10. Isa N.M., Chee Wei Tan C.W., Yatim A.H.M. A comprehensive review of cogeneration system in a microgrid: a perspective from architecture and operating system. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier. January 2018. Vol. 81. Part 2. Pp. 2236–2263. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.06.034>
11. Haeseldonckx D., Peeters L., Helsen L., D’haeseleer W. The impact of thermal storage on the operational behaviour of residential CHP facilities and the overall CO₂ emissions. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier. August 2007. Vol. 11. Is. 6. Pp. 1227–1243. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2005.09.004>
12. Shams S., Ahmadian J., Ghorbanian M. J. Applying the CHP (combined heat and power) method on small-scale on-site power generation. *IEEE Conference on Clean Energy and Technology (CEAT)*, Langkawi, Malaysia. 18–20 November 2013. Pp. 303–306. DOI: <https://doi.org/10.1109/CEAT.2013.6775645>
13. Raj N.T., Iniyas S., Goic R. A review of renewable energy based cogeneration technologies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier. October 2011. Vol. 15, Is. 8. Pp. 3640–3648. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2011.06.003>
14. Gu W., Wu Z., Yuan X. Microgrid economic optimal operation of the combined heat and power system with renewable energy. *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Minneapolis, MN, USA. 25–29 July 2010. 6 p. DOI: <https://doi.org/10.1109/PES.2010.5590140>
15. Lee H., Bush J., Hwang Y., Radermacher R.. Modeling of micro-CHP (combined heat and power) unit and evaluation of system performance in building application in United States. *Energy*. September 2013. Vol. 58. Pp. 364–375. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.05.015>
16. Directive of the European Parliament and of the Council 2012/27/EU of 25 October, 2012 on energy efficiency. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/en/984_017-12/ed20121025#n56 (Ukr)
17. Katiraei F., Iravani R., Hatziargyriou N., Dimeas A. Microgrid management. Controls and operation of microgrids. *IEEE Power & Energy Magazine*. 2008. Pp. 54–65. URL: 10.1109/MPE.2008.918702
18. Zafar S. Trigenation systems: working principle and benefits. *Energy, Industry*. July 18, 2025. URL: <https://www.ecomena.org/trigenation-systems/>
19. Kucheriava I.M. Microgrids: current state and in perspective. *Pratsi Institutu elektrodynamiki NAN Ukrainy*. 2025. Is. 71. Pp. 28–43. (Ukr)
20. High-efficiency cogeneration: an energy hub for communities and industry. October 08, 2025. URL: <https://saee.gov.ua/news/vysokoefektyvna-koheneratsiia-enerhetychnyi-khab-dlia-hromad-i-promyslovosti> (Ukr)
21. Shcherba A.A., Podoltsev O.D., Belyanin R.V., Antonets T.Yu., Dadazhanov Yu.V. Modeling and analysis of long-term 24-hour processes of changes in electrical energy flows in the microgrid of an industrial enterprise. *Tekhnichna Elektrodynamika*, 2026. No 1. Pp. 62–71. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2026.01.062>
22. Stepanov D.V., Rezydent N.V. Efficiency of gas-piston cogeneration facilities in the systems of centralized heat supply. *Visnyk Vinnytskogo polytekhnicheskogo institutu*. 2023. No. 2. Pp. 36–41. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-167-2-36-41>
23. GE Jenbacher gas piston power plants. URL: <http://www.cogeneration.ru/jenbacher> (Rus)
24. Agricultural waste and cogeneration policy: experience of Europe and Ukraine. TransEnergoConsulting. 2012. 12 p. URL: <https://uabio.org/wp-content/uploads/2012/11/ifc-workshop-golikova.pdf> (Ukr)
25. Sustainable Development Goals: Ukraine. National Report. 2017. URL: <https://www.kmu.gov.ua/storage/app/sites/1/natsionalna-dopovid-csr-Ukrainy.pdf> (Ukr)
26. Analysis of the application of microgrids in Ukraine. Recovery and Reform Support Team at the Ministry of Energy of Ukraine. Analytical work. Kyiv, October 2025. 70 p. URL: https://www.mev.gov.ua/sites/default/files/2025-10/mikromerezhi-ua_0.pdf (Ukr)

Надійшла: 11.02.2026

Прийнята: 05.03.2026

Submitted: 11.02.2026

Accepted: 05.03.2026

ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА СИСТЕМИ

УДК 621.74:537.84

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73.051>**РОЗРАХУНКОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОНСТРУКТИВНИХ ФАКТОРІВ НА ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПЕРЕМІШУВАННЯ РОЗПЛАВУ ПРИ ЕЛЕКТРОННО-ПРОМЕНЕВОМУ ПЛАВЛЕННІ В ГАРНІСАЖНОМУ ТИГЛІ**

О.І. Бондар^{*}, канд. техн. наук, **О.І. Глухенький**^{**}, канд. техн. наук, **Ю.М. Гориславець**^{***}, докт. техн. наук, **В.І. Залозний**^{****}, канд. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна
e-mail: gai56@ied.org.ua

Розглянуто конструктивні схеми гарнісажних тиглів із системами електромагнітного перемішування (СЕМП), що знайшли практичне застосування в технології електронно-променевої гарнісажної плавки. Наведено тривимірну математичну модель та методика чисельного дослідження впливу конструктивних факторів секціонованого гарнісажного тигля та СЕМП на енергетичну та гідродинамічну ефективність перемішування розплаву. Математичну модель електромагнітних процесів сформульовано відносно векторного магнітного та скалярного електричного потенціалів, гідродинамічних процесів у вигляді рівнянь Нав'є-Стокса з використанням $k-\epsilon$ моделі турбулентності. Розрахунки виконувалося методом скінченних елементів у програмному середовищі Comsol Multiphysics. Порівняння ефективності конструктивних факторів здійснювалось на прикладі гарнісажного тигля із загальним завантаженням титанової шихти близько 200 кг. Досліджувався вплив таких факторів, як кількість та розмір наскрізних прорізів у боковій стінці тигля, матеріал та товщина цієї стінки, кількість котушок індуктора перемішувача. Бібл. 10, рис. 7, таблиця.

Ключові слова: електронно-променева плавка, гарнісажний тигель, система електромагнітного перемішування, математичне моделювання електромагнітних та гідродинамічних процесів.

Вступ. Електронно-променева гарнісажна плавка (ЕПП) – це передова сучасна технологія спеціальної електрометалургії, що використовується для виробництва ливарних виробів з особливо чистих тугоплавких і високореактивних у розплавленому стані металів, таких як титан, ніобій, тантал, цирконій, та їхніх сплавів [1]. При ЕПП плавка металу здійснюється в глибокому вакуумі в спеціальному охолоджуваному водою мідному тиглі. Метал плавиться завдяки перетворенню кінетичної енергії створеного електронною гарматою потоку вільних електронів у теплову при їхньому гальмуванні в поверхневому шарі металу. У процесі плавки завантажена в тигель металева шихта перетворюється в розплав, водночас на стінках тигля формується шар твердого металу, що отримав назву гарнісаж. Гарнісаж виконує функцію футеровки, яка захищає розплав від забруднення з боку тиглю. При ЕПП висока локальна температура на поверхні розплаву та глибокий вакуум забезпечують ефективне рафінування металів [2, 3], що є основною перевагою цієї технології відносно таких альтернативних технологій, як індукційна та вакуумно-дугова гарнісажні плавки.

Одним з основних конструктивних елементів, що визначає ефективність технологічного процесу ЕПП, є гарнісажні тиглі. Розробці гарнісажних тиглів присвячені численні переважно експериментальні дослідження [4–6], в яких розглянуті питання як їхнього конструктивного виконання, так і технологічних особливостей проведення плавки різних металів і сплавів. Узагальнення результатів цих досліджень станом на початок поточного століття виконано в роботі [7]. На рис. 1 наведено перші конструктивні схеми гарнісажних тиглів для ЕПП, які знайшли практичне застосування, тобто були виготовлені та реально експлуатувалися у виробничих умовах.



Тигель, схему якого показано на рис. 1 *а*, був першим гарнісажним тиглем, використаним при ЕППП [4]. Плавильна ємність тигля виконана із профільованої мідної трубки і футерована штабиками тугоплавкого металу (вольфрам або молібден). У такому тиглі можна отримувати невелику кількість розплаву для заливання в ливарну форму. Однак виплавляння досить складного за вмістом сплаву цей тигель не забезпечував. У практичному плані досвід експлуатації розглянутих тиглів цікавий тим, що дав змогу перевірити роботу теплових екранів, без яких плавка в подібних тиглях супроводжувалася дуже високими витратами електроенергії.

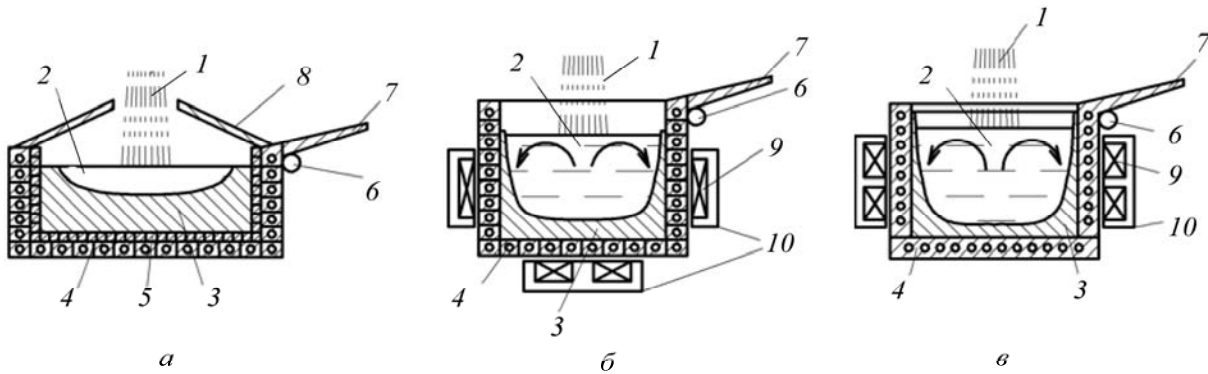


Рис. 1. Перші конструктивні схеми гарнісажних тиглів для ЕППП:

а – без примусового перемішування розплаву; *б* – з донно-бічною СЕМП; *в* – з бічною двокотушковою СЕМП (1 –електронний промінь, 2 – розплав, 3 – гарнісаж, 4 –мідна трубка, 5 – штабіки тугоплавкого металу, 6 – вісь обертання для зливання тигля, 7 – зливний носик, 8 – тепловий екран, 9 – коаксіальна котушка, 10 – магнітопровід)

На рис. 1 *б* наведена схема тигля, в якому для інтенсифікації перемішування розплаву застосована донно-бічна система електромагнітного перемішування (СЕМП) [5]. Це була перша така розробка, використана при ЕППП. Згодом переважно почали використовувати тиглі з бічним розташуванням СЕМП (див. рис. 1 *в*), причому спочатку в тиглях з СЕМП також застосовувалися плавильні ємності, виконані з профільованої мідної трубки.

Проте надалі більш доцільним виявилось використання плавильних ємностей у вигляді циліндричних литих виробів, у стінках яких виконувались отвори для охолоджувальної води та розрізи в місцях розміщення котушок СЕМП. На рис. 2 відображено конструктивні схеми двох гарнісажних тиглів із бічною трикотушковою СЕМП, в яких зливання розплаву виконується через зливний носик (рис. 2 *а*) та через отвір у днищі ємності (рис. 2 *б*). Бічне розташування СЕМП на відміну від донно-бічного дає змогу реалізувати обидва варіанти зливання розплаву. Мінімізація екранування магнітних полів у таких тиглях досягається зав-

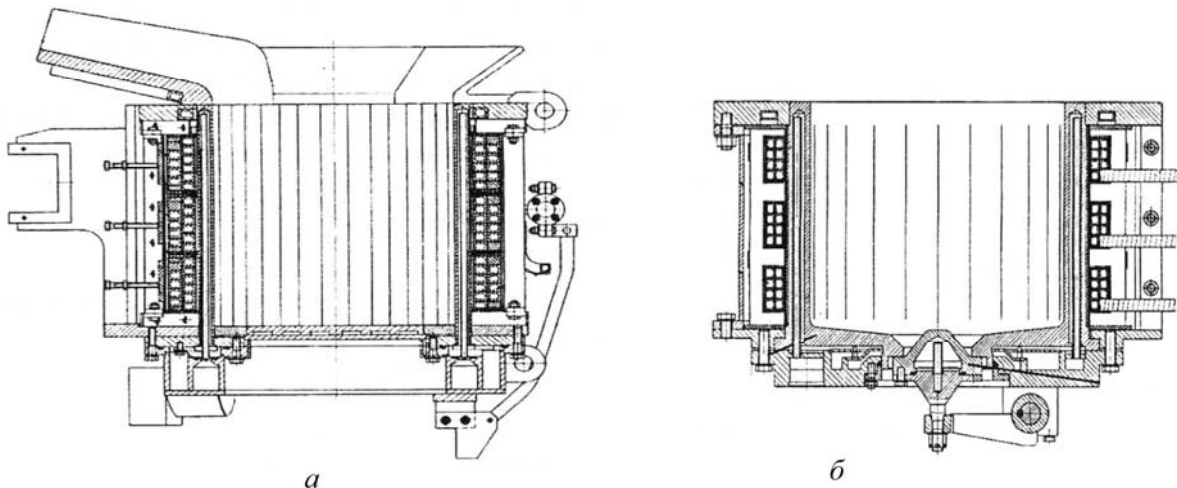


Рис. 2. Конструктивні схеми гарнісажних тиглів зі зливанням розплаву через зливний носик (*а*) та отвір в днищі ємності (*б*)

дяки виконанню розрізів у зоні розміщення індуктора СЕМП. Кількість розрізів n повинна бути якомога більшою, щоб забезпечити достатню прозорість для проникнення електромагнітного поля СЕМП у розплав.

Для зменшення впливу електромагнітного поля на електронний промінь частина тигля, що розташована вище рівня металу, може виконуватися без розрізів, тобто у вигляді короткозамкненого витка. Крім того, для зменшення збурення електронного променя, який під дією магнітного поля може відхилитися на стінки та за межі тигля, над СЕМП, як це показано на рис. 2, зазвичай встановлюється додатковий короткозамкнений виток у вигляді мідного водоохолоджуваного фланця.

При плавленні тугоплавких металів тиглі виконуються з міді, для металів з меншим тепловим навантаженням на стінки тигля (наприклад, для сплавів на основі нікелю, заліза) вони можуть виконуватися з нержавіючої сталі X18H10T [6].

Стосовно конструктивного виконання СЕМП ці системи зазвичай являють собою індуктори, що складаються з двох або трьох коаксіальних, розподілених за висотою тигля котушок, які розміщені навколо нього в пазах шихтованого магнітопроводу. Котушки виконано з мідної профільованої водоохолоджуваної трубки. Електроживлення котушок переважно здійснюється струмами промислової частоти за зниженої напругі (~ 20 В) та високої сили струму (~ 1000 А). Для наведення біжучого магнітного поля, яке призводить до виникнення руху розплаву в тиглі, суміжні котушки живляться напругами, що мають зсув за фазою. У випадку двох котушок кут зсуву фаз між електричними напругами зазвичай складає 90 ел. град., трьох котушок – 60 або 120 ел. град. Наведені значення кутів зсуву фаз між напругами відносно просто можуть бути забезпечені від трифазної промислової мережі електроживлення. Експериментально визначено, що використання при електроживленні СЕМП струмів зниженої або підвищеної частоти не дає суттєвих переваг при перемішуванні розплаву.

Зважаючи на високу енерго- та матеріалоємність проведення експериментальних досліджень, найбільш раціональним підходом щодо удосконалення конструкції гарнісажного тигля та системи електромагнітного перемішування наразі є використання методів математичного моделювання [8]. Проведення варіантних розрахунків дає змогу визначити вплив тих чи інших конструктивних факторів гарнісажного тигля та СЕМП на ефективність електромагнітного перемішування розплаву, що буде сприяти як знаходженню оптимальних конструктивних рішень, так і вибору раціональних технологічних режимів їхньої експлуатації.

Мета цієї роботи – визначити вплив на ефективність електромагнітного перемішування розплаву конструктивних факторів гарнісажного тигля та системи електромагнітного перемішування для технології електронно-променевого гарнісажного плавлення шляхом тривимірного математичного моделювання взаємопов'язаних електромагнітних і гідродинамічних процесів. Зокрема задачі цього дослідження полягають у визначенні впливу таких факторів, як кількість та розмір наскрізних прорізів у боковій стінці тигля, матеріал та товщина цієї стінки, кількість котушок індуктора перемішувача.

Математична модель та методика досліджень. Розрахункове дослідження впливу конструктивних факторів на енергетичну та гідродинамічну ефективність перемішування розплаву виконувалося методом скінченних елементів у програмному середовищі Comsol Multiphysics [9]. Індуктор електромагнітного перемішувача разом із гарнісажним тиглем та його навантаженням утворюють складну електромагнітну систему. Незважаючи на її осесиметричну конструкцію, присутність в боковій стінці гарнісажного тигля прорізів у зоні розміщення СЕМП призводить до суто тривимірного характеру розтікання вихрових струмів у секціях тигля і, відповідно, потребує тривимірного моделювання електромагнітних та гідродинамічних процесів [10].

Рівномірне виконання прорізів на бічній поверхні тигля забезпечує регулярність структури електромагнітних і гідродинамічних процесів в азимутальному напрямі, що дає змогу при чисельному моделюванні з метою зниження розрахункового часу обмежитися розглядом сектора, що становить $1/n$ об'єму системи. На рис. 3 проілюстровано фрагмент розрахункової області зазначеного сектора для випадку індуктора електромагнітного перемішувача із трьома котушками. Площини, що формують розрахункову область, проходять через вісь тигля та

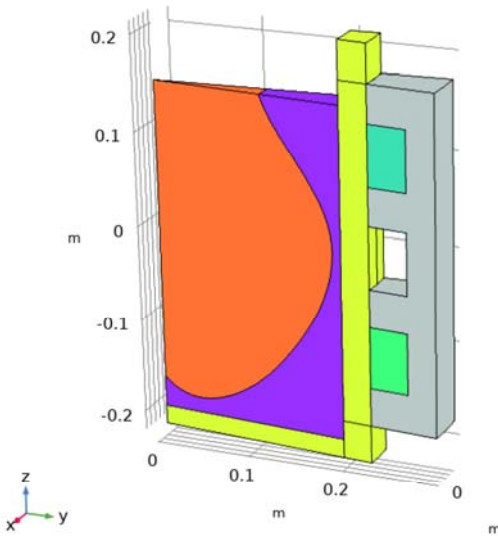


Рис. 3. Фрагмент розрахункової області електромагнітної задачі

середини його суміжних секцій. Для візуалізації наявності розрізів бічної стінки тигля середня котушка на рисунку не показана. Титанове завантаження всередині тигля частково перебуває в рідкому (металевий розплав) та твердому (гарнісаж) станах.

При моделюванні розглядався усталений режим роботи СЕМП. Порівняння ефективності конструктивних факторів здійснювалось шляхом виконання варіантних розрахунків та аналізу їхніх результатів за збереження сталих значень ампер-витків індуктора СЕМП та фіксованого об'єму розплаву титану в гарнісажному тиглі.

Для моделювання електромагнітних процесів використовувався інтерфейс "Магнітні та електричні поля" (The Magnetic and Electric Fields interface). У зазначеному інтерфейсі система рівнянь для розрахунку електромагнітного поля, яка формулюється відносно комплексних амплітуд векторного магніт-

ного $\dot{\mathbf{A}}$ та скалярного електричного $\dot{\phi}$ потенціалів, у загальному випадку з урахуванням швидкості руху \mathbf{u} рідкого металу має вигляд:

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) + (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r) \dot{\mathbf{A}} + (\sigma + j\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r) \nabla \dot{\phi} - \sigma \mathbf{u} \times \nabla \times \dot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{J}}_e, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \dot{\mathbf{J}} = 0, \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{A}} = 0, \quad (2)$$

де μ_0 і ε_0 – магнітна та діелектрична проникність вакууму, μ_r і ε_r – відносні магнітні й діелектричні проникності, σ – питома електропровідність, ω – кутова частота, $\dot{\mathbf{J}}$ і $\dot{\mathbf{J}}_e$ – відповідно комплексні амплітуди густини повного струму та зовнішнього (заданого) струму.

Вибір зазначеного інтерфейсу для розрахунку електромагнітного поля обумовлений доступністю в ньому граничної умови $\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{J}} = 0$ (Magnetic Continuity / Electric Insulation), яка дає змогу моделювати відсутність на внутрішніх границях розрахункової області нормальної складової електричного струму. Застосування цієї граничної умови дає змогу відмовитися від безпосереднього врахування в моделі ізолюючих проміжків як між секціями гарнісажного тигля, так і між тиглем та гарнісажем. Урахування тонких проміжків призвело б до суттєвого загушення розрахункової сітки та збільшення тривалості розрахунку електромагнітної задачі, що значно ускладнило б проведення варіантних розрахунків. Зазначимо, що в альтернативному інтерфейсі Comsol Multiphysics для розрахунку електромагнітного поля "Магнітні поля" (The Magnetic Fields interface) ця гранична умова відсутня.

Як параметр, що визначає продуктивність електромагнітного перемішувача, розглядалися сумарні ампер-витки Iw (амплітудне значення), які рівномірно розподілялися котушками індуктора $Iw_i = Iw/n_c$, де n_c – кількість котушок. При заданні ампер-витків електромагнітного перемішувача його котушки моделювалися непровідними підобластями з рівномірно розподіленою заданою густиною струму

$$\dot{\mathbf{J}}_{ei} = \dot{I}w_i / s, \quad (3)$$

де $\dot{I}w_i$ – комплексна амплітуда (з урахуванням кута фазового зсуву) ампер-витків в i -котушці, s – площа поперечного перерізу підобласті котушки.

За суміщення осі тигля з віссю z декартової системи координат та симетричного положення розрахункової області (сектора) відносно осі y , як це показано на рис. 3, просторові складові густини струму в області котушок визначалися таким чином:

$$\dot{J}_{eix} = -\dot{J}_{ei} \cos \theta, \quad \dot{J}_{eiy} = \dot{J}_{ei} \sin \theta, \quad (4)$$

де $\theta = \arctan(x/y)$ – кутова координата точок (x, y) відносно осі y .

Як гранична умова на бічних поверхнях сектора задавалась умова періодичності, яка забезпечує однаковість розподілу на них значень векторного магнітного та скалярного елек-

тричного потенціалів. На інших зовнішніх поверхнях розрахункової області задавалась умова магнітної ізоляції $\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0$.

За результатами розрахунків електромагнітної задачі визначалися об'ємні електромагнітні сили \mathbf{f} в рідкому металі

$$\mathbf{f} = 0,5 \operatorname{Re}(\mathbf{J} \times \mathbf{B}^*), \quad (5)$$

де $\mathbf{J} = \sigma(-\nabla\phi - j\omega\mathbf{A})$ – густина струму провідності в рідкому металі, \mathbf{B}^* – спряжений комплекс індукції магнітного поля, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$.

Джоулеві втрати від вихрових струмів у стінках тигля та рідкому металі визначалися шляхом інтегрування локальних тепловиділень відповідними підобластями з урахуванням кількості розрізів у стінці тигля

$$P_i = 0,5n \int_{V_i} \frac{\mathbf{J} \mathbf{J}^*}{\sigma_i} dV. \quad (6)$$

Гідродинамічна задача розраховувалась (див. рис. 3) тільки для підобласті рідкого металу. Розподіл швидкості розплаву в гарнісажному тиглі визначався за допомогою чисельного розв'язання диференціальних рівнянь Нав'є-Стокса для турбулентної течії

$$\rho_m (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot (\eta_{eff} \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f}; \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (7, 8)$$

де \mathbf{u} – швидкість руху рідкого металу, ρ_m – густина металу, p – тиск, η_{eff} – коефіцієнт ефективно динамічної в'язкості металу, що визначається за допомогою k - ε моделі турбулентності, \mathbf{f} – об'ємна електромагнітна сила в рідкому металі, обчислена за результатами розрахунку електромагнітної задачі.

Граничні умови на границі гарнісажу задавалися у вигляді логарифмічного профілю швидкості для приграничного шару. На верхній (вільній) поверхні рідкого металу та на бічних поверхнях сектора відповідно приймалися умова ковзання та умова періодичності. Меміск на вільній поверхні не враховувався.

Розрахунки електромагнітної та гідродинамічної задач виконувались у безіндукційному наближенні, тобто без урахування електрорушійних сил, що наводяться в рідкому металі завдяки його руху. Прийнятність безіндукційного наближення обумовлена відносно незначною величиною цих сил при роботі СЕМП на промисловій частоті.

Гідродинамічна ефективність конструктивних варіантів оцінювалася за допомогою усередненої за об'ємом сектора рідкого металу V_m швидкості руху розплаву

$$u_{av} = \frac{1}{V_m} \int_{V_m} \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} dV, \quad (9)$$

де u_x, u_y, u_z – просторові складові швидкості руху розплаву в декартовій системі координат.

За узагальнений критерій ефективності, що враховує як гідродинамічну продуктивність, так і потужність перемішувача, приймалося співвідношення

$$u_s = u_{av} / \sqrt{S} \quad (10)$$

де S – сумарна електромагнітна потужність котушок індуктора СЕМП. Електромагнітна потужність кожної котушки визначалась за результатами розрахунку електромагнітного поля відповідно до виразу

$$S_i = 0,5n \cdot \operatorname{Abs}(j\omega \int_{V_i} \mathbf{A}_i \mathbf{J}_i^* dV), \quad (11)$$

де V_i – об'єм сектора i -тої котушки індуктора СЕМП.

Для кожного конструктивного варіанту обраний критерій ефективності u_s на відміну, наприклад, від відношення u_{av}/S , враховуючи турбулентний характер руху розплаву в тиглі при електромагнітному перемішуванні, залишається постійним за будь-яких значень ампер-витків, що дає змогу розглядати співвідношення u_s як універсальну питому характеристику системи.

Зазначимо, що за прийнятого в моделі підходу задання струмів в індукторі при визначенні його електромагнітної потужності не враховуються джоулеві втрати в котушках, які в індукторах СЕМП для можливості реалізації водяного охолодження намотуються ізольованою мідною трубкою. За умови рівних значень струмів у котушках I у першому наближенні, вважаючи однаковою середню довжину витка l_w для всіх котушок незалежно від їхньої кількості в індукторі, втрати в ньому визначаються відповідно до виразу

$$P_{ind} = I^2 \frac{w \cdot l_w}{\sigma_{Cu} s_{Cu}} = \left(\frac{Iw}{w} \right)^2 \frac{w \cdot l_w}{\sigma_{Cu} s_{Cu}}, \quad (12)$$

де w – загальна кількість витків індуктора, σ_{Cu} та s_{Cu} – відповідно питома електропровідність та площа поперечного перетину міді. Тобто, при сталих сумарних ампер-витках втрати в індукторі обернено пропорційні загальній кількості витків і не залежать від кількості котушок в індукторі.

Вихідні дані для розрахунків. Одним із основних напрямів розвитку технології ЕПГП є підвищення максимального об'єму розплаву в гарнісажному тиглі, що може бути досягнуто завдяки створенню відповідного плавильного обладнання (електронно-променева гармата, гарнісажний тигель, електромагнітний перемішувач) та вибору раціонального режиму його роботи. Досягнута на сьогодні максимальна маса відливок з титану сягає 50 кг, водночас потреби ливарного виробництва вимагають підвищення цього показника до 100-150 кг. Саме тому дослідження впливу конструктивних факторів гарнісажного тигля та СЕМП на енергетичну та гідродинамічну ефективність електромагнітного перемішування розплаву виконувалось на прикладі гарнісажного тигля із загальним завантаженням титанової шихти близько 200 кг.

Розглядався мідний тигель із внутрішнім діаметром $d = 400$ мм та висотою завантаження титану в розплавленому стані $l = 350$ мм ($l/d \approx 0,9$). При розрахунках вважалось, що гарнісаж у тиглі відсутній, а вільна поверхня розплаву знаходиться на рівні середини верхнього зубця магнітопроводу індуктора. Питома електропровідність міді задавалася рівною $5,8 \cdot 10^7$ См/м, рідкого титану $-6 \cdot 10^5$ См/м, значення густини рідкого титану приймалось $4,1 \cdot 10^3$ кг/м³, його динамічна в'язкість – $0,0024$ Па·с.

Розрахунки виконувалось при сталому значенні загальних ампер-витків індуктора $Iw = 30$ кА (діюче значення). У випадку, наприклад, загальної кількості витків індуктора $w = 30$ при намотуванні котушок мідною трубкою діаметром 12 мм та товщиною стінки 1,5 мм (площа поперечного перерізу $s_{Cu} = 49,5$ мм²) із середнім діаметром витка $d_w = 0,5$ м ($l_w = 1,57$ м), втрати в індукторі при зазначених ампер-витках відповідно до виразу (12) становлять $P_{ind} = 16,4$ кВт.

Результати моделювання. Розрахунковий аналіз впливу кількості прорізів та товщини бічної стінки тигля на електромагнітну прозорість стінки гарнісажного тигля виконувався на прикладі індуктора СЕМП із двома котушками, які розміщувалися в пазах Ш-подібного шихтованого магнітопроводу. Кут фазового зсуву між струмами становив 90 ел. град. з напрямом біжучого магнітного поля вгору вздовж бокової стінки тигля.

Аналіз впливу кількості прорізів бічної стінки тигля на ефективність електромагнітного перемішування виконувався при товщині бічної стінки $b = 20$ мм. Структура вихрової течії розплаву, що була отримана в результаті розрахунку при кількості прорізів бічної стінки тигля $n = 40$, показана на рис. 4.

На рис. 5 зображено розрахункові залежності впливу кількості прорізів бічної стінки тигля n на енергетичні (рис. 5 а) та гідродинамічні (рис. 5 б) параметри СЕМП. На рис. 5 а показано, що зі зростанням кількості прорізів у розглянутому діапазоні зміни n практично в 1,5 раза знижуються втрати в стінках мідного тигля P_{cr} та в 2 рази збільшуються тепловиділення в розплаві P_m . Притому сумарні тепловиділення від вихрових струмів P_{Σ} змінюються несуттєво (в межах 10 %). Збільшені тепловиділення в розплаві не відносяться до втрат, оскільки йдуть на його підігрів, тож збільшення кількості прорізів бічної стінки тигля завдяки зменшенню втрат у тиглі сприяє підвищенню енергоефективності роботи СЕМП.

Зі зростанням кількості прорізів бічної стінки гарнісажного тигля також покращується гідродинамічна ефективність СЕМП, про що свідчить показана на рис. 5 б залежність від n усередненої за об'ємом розплаву швидкості u_{av} .

Вплив товщини стінки тигля на ефективність електромагнітного перемішування досліджувався при фіксованому значенні кількості прорізів бічної стінки гарнісажного тигля $n = 40$. На рис. 6 показано аналогічні попереднім залежності параметрів ефективності СЕМП від товщини стінки тигля. Як видно з наведеного рисунка збільшення товщини бокової стінки погіршує як енергетичну, так гідродинамічну ефективність СЕМП.

Характер впливу кількості прорізів та товщини бічної стінки тигля на електромагнітну прозорість стінки гарнісажного тигля, як показали розрахунки, не залежить від кількості котушок індуктора. Виходячи з отриманих результатів, кількість прорізів бокової стінки гарнісажного тигля раціонально робити якомога більшою, а товщину стінки тоншою. Конструктивно мінімальні розміри поперечного перерізу секцій гарнісажного тигля обмежуються діаметром та товщиною стінок каналів водяного охолодження секцій. Експериментально встановлено, що для попередження виходу тиглів з ладу при короткочасному попаданні на нього електронного променя робоча товщина мідної стінки повинна бути не менше 5 мм на сторону. Так, для діаметра каналу водяного охолодження 10 мм товщина бокової стінки гарнісажного тигля повинна бути більше $b = 20$ мм, а кількість прорізів для тигля діаметром $d = 400$ мм не повинна перевищувати $n = \pi \cdot 400 / 20 = 63$.

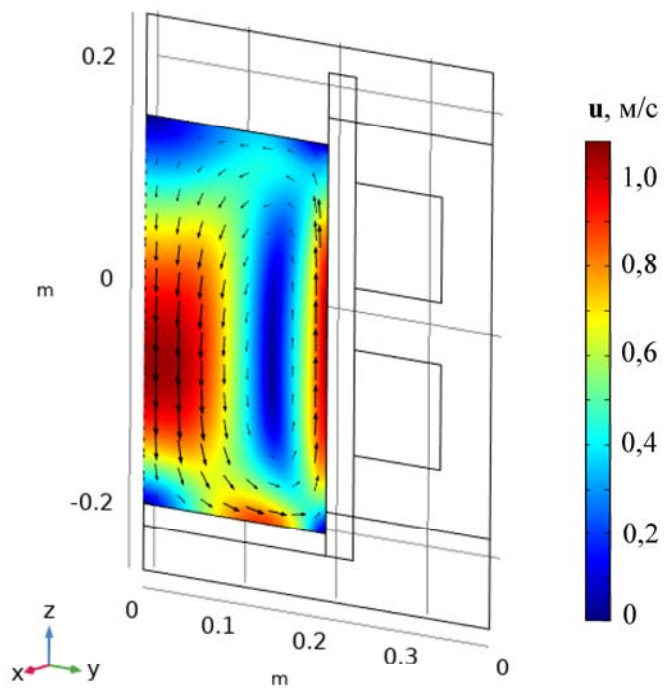


Рис. 4. Структура вихрової течії розплаву в секціонованому тиглі за відсутності гарнісажу

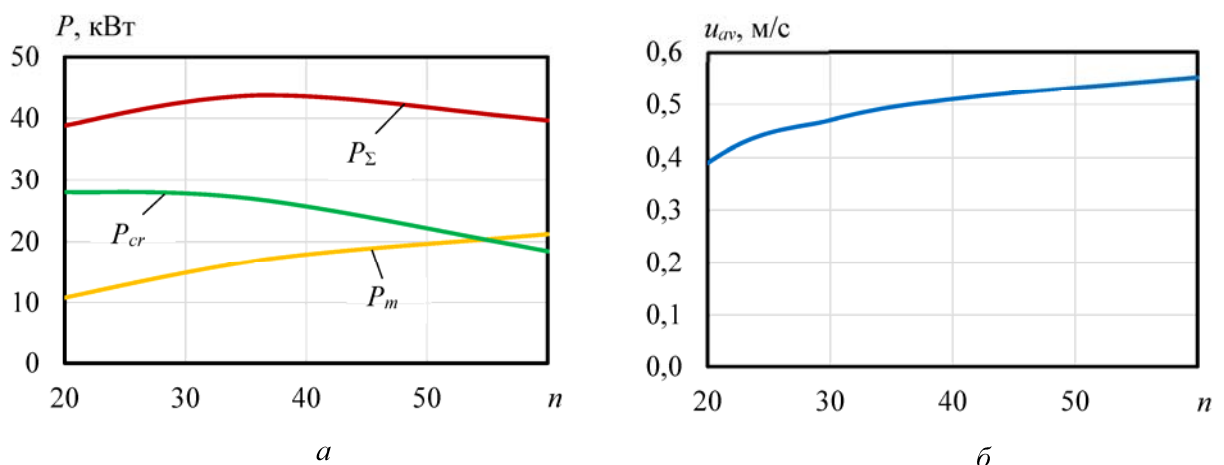


Рис. 5. Вплив кількості прорізів бічної стінки тигля на енергетичні (а) та гідродинамічні (б) параметри СЕМП

Вплив питомої електропровідності σ секціонованого тигля на енергетичні та гідродинамічні параметри СЕМП досліджувався на прикладі індуктора з трьома котушками та кутом фазового зсуву між струмами 60 ел. град. Розглядався діапазон зміни σ від 0 до $6 \cdot 10^7$ См/м, який охоплює практично весь перелік потенційно придатних немагнітних матеріалів

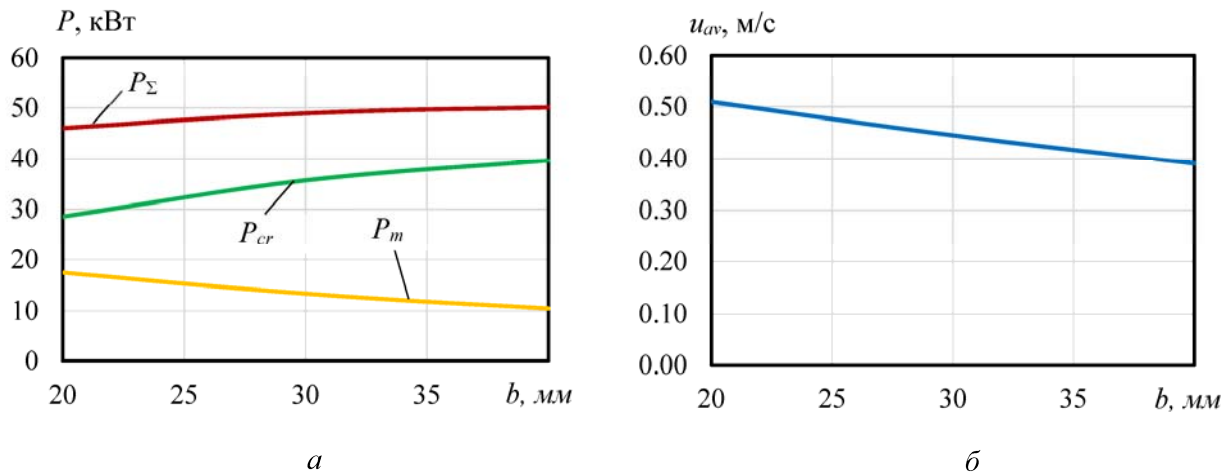


Рис. 6. Вплив товщини бічної стінки тигля на енергетичні (а) та гідродинамічні (б) параметри СЕМП

для виготовлення тигля, починаючи з нержавіючої сталі ($\sigma_{st} = 1,25 \cdot 10^6$ См/м) та завершуючи міддю ($\sigma_{Cu} = 5,8 \cdot 10^7$ См/м).

На рис. 7 показано залежності втрат в стінках тигля P_{cr} та усередненої за об'ємом розплаву швидкості u_{av} , які були отримані при кількості прорізів бічної стінки тигля $n = 40$, товщині бічної стінки $b = 30$ мм. Зі збільшенням питомої електропровідності втрати в секціонованому тиглі P_{cr} спочатку стрімко, а далі все більш повільно зростають, а усереднена за об'ємом розплаву в тиглі швидкість u_{av} монотонно знижується. Слід відмітити, що для частоти 50 Гц секціонований тигель із нержавіючої сталі є практично прозорим для електромагнітного поля індуктора СЕМП. Втрати від вихрових струмів у такому тиглі становлять близько 1 кВт, а усереднена за об'ємом тигля швидкість u_{av} практично не змінюється відносно швидкості в неелектропровідному тиглі. Крім того, навіть мідний секціонований тигель забезпечує достатню електромагнітну прозорість. Швидкість u_{av} у цьому випадку становить близько 75 % відносно неелектропровідного тигля. Недоліком нержавіючої сталі є мала питома теплопровідність $k_{st} = 16$ Вт/(м·К), яка у 25 разів менша, ніж у міді ($k_{Cu} = 398$ Вт/(м·К)). Це ускладнює формування гарнісажу на стінках тигля з нержавіючої сталі при плавленні тугоплавких металів. Недоліком мідного тигля можна вважати його низьку енергоефективність внаслідок значних втрат від вихрових струмів ($P_{cr} = 32$ кВт). Суттєвого підвищення ефективності електромагнітного перемішування можна досягти у разі виготовлення тиглю з латуні або бронзи, які при досить високій теплопровідності (до 120 Вт/(м·К)) мають суттєво менші

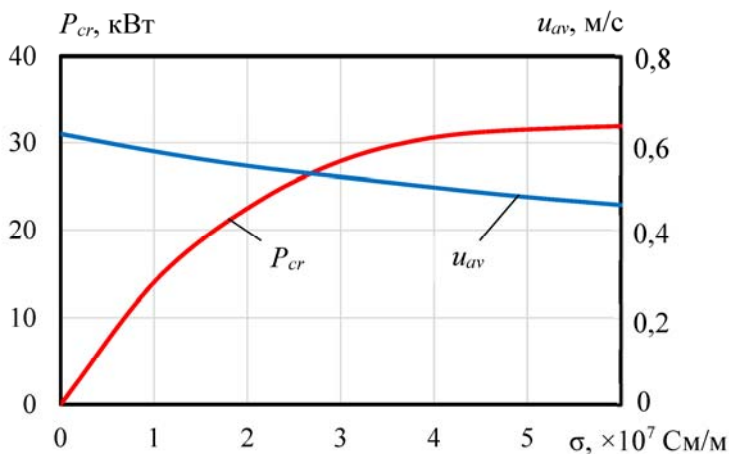


Рис. 7. Втрати в стінках тигля та усереднена по об'єму розплаву швидкість в залежності від питомої електропровідності тигля

відносно міді питомі електропровідності ($\sigma = (0,7-1,5) \cdot 10^7$ См/м). Це дасть змогу як підвищити електромагнітну прозорість тигля, так і зменшити у ньому втрати практично у два рази.

Вибір раціональної конструкції індуктора проводився шляхом порівняння результатів розрахунків конструктивних варіантів СЕМП з двома, трьома та шістьма котушками. Для індуктора з трьома котушками розглядалися випадки живлення з кутом зсуву фаз α між струмами суміжних котушок 60 та 120 ел. град. При розрахунках загальні ампервитки індуктора порівно розділялися

між котушками. Розрахунки виконувались при фіксованих параметрах конструкції тигля ($b = 20$ мм, $n = 40$). Результати, що характеризують енергетичну та гідродинамічну ефективність розглянутих конструктивних варіантів СЕМП, зведено в таблицю.

n_c	α , ел. град.	P_m , кВт	P_{cr} , кВт	P_{Σ} , кВт	S , кВА	u_{av} , м/с	u_s , м/(с·кВА ^{1/2})
2	90	17,92	25,70	43,54	178,78	0,51	0,038
3	60	16,00	22,70	38,50	115,22	0,54	0,050
3	120	4,72	23,10	27,80	95,44	0,41	0,042
6	60	4,84	19,36	24,20	91,27	0,46	0,048

Аналіз представлених у таблиці результатів дає змогу зробити висновок, що найбільш ефективним серед розглянутих конструктивних варіантів є індуктор із трьома котушками, який живиться струмами з кутом фазового зсуву $\alpha = 60$ ел. град. Такий індуктор при однакових ампер-витках забезпечує не тільки найвищу усереднену швидкість руху розплаву в тиглі u_{av} , а й має найбільше значення питомого критерію u_s , який враховує як гідродинамічну, так і енергетичну ефективність СЕМП.

Висновки. 1. Для технології електронно-променевої гарнісажної плавки сформульовано тривимірну математичну модель для чисельного дослідження впливу конструктивних факторів секціонованого гарнісажного тигля та системи електромагнітного перемішування на енергетичну та гідродинамічну ефективність перемішування розплаву. Для зменшення розрахункового часу в моделі використовуються гранична умова «періодичності», яка дає змогу обмежитися розглядом сектора, що становить $1/n$ об'єму системи, та гранична умова «електрична ізоляція», яка допомагає уникнути загушення розрахункової сітки при моделюванні тонких ізолюючих проміжків між суміжними секціями.

2. На прикладі гарнісажного тигля із загальним завантаженням близько 200 кг титану досліджено вплив кількості наскрізних прорізів та товщини бокової стінки тигля на ефективність електромагнітного перемішування розплаву. Показано, що кількість прорізів бокової стінки гарнісажного тигля раціонально робити якомога більшою, а товщину стінки тоншою. Конструктивно мінімальні розміри поперечного перетину секцій гарнісажного тигля обмежуються діаметром та товщиною міді стінок каналів водяного охолодження секцій.

3. Досліджено вплив питомої електропровідності матеріалу секціонованого тигля на енергетичні та гідродинамічні параметри перемішування розплаву. Суттєвого підвищення ефективності електромагнітного перемішування можна досягти у разі виготовлення тиглю з латуні або бронзи, які при досить високій теплопровідності мають суттєво менші відносно міді питомі електропровідності. Це дасть змогу як підвищити електромагнітну прозорість тигля, так і зменшити втрати практично у два рази.

4. Для гарнісажного тигля розглянуто конструктивні варіанти СЕМП з двома, трьома та шістьма котушками. Установлено, що найбільш ефективним серед розглянутих варіантів є індуктор з трьома котушками, який живиться струмами з кутом фазового зсуву $\alpha = 60$ ел. град. Такий індуктор забезпечує не тільки найвищу усереднену швидкість руху розплаву в тиглі, а й має найбільше значення питомого критерію, який враховує як гідродинамічну, так і енергетичну ефективність СЕМП.

Роботу виконано за держбюджетною темою «Розвиток теорії електротехнологічних процесів та розроблення ефективних електроплавильних та електрозарядних систем з керованим електромагнітним впливом» (шифр «ЕЛТЕХ»), № державної реєстрації 0122U000839, відомчого цільового замовлення НАН України та фінансовано з коштів державного бюджету (КПКВК 6541030).

1. Шиллер З., Гайзиг У., Панцер З. Електронно-лучевая технология. Пер. с нем. М.: Энергия. 1980. 528 с.
2. Ульянов В.Л. Электронно-лучевая гарнисажная плавка при получении фасонных отливок. *Литейное производство*. 1972. № 10. С. 13–15.
3. Мовчан Б.А., Тихоновский А.Л., Курапов Ю.А. Электронно-лучевая плавка и рафинирование металлов и сплавов. Киев: Наук. думка. 1973. 239 с.

4. Довбня В.Д. Исследование физико-химических процессов электронно-лучевой гарнисажной плавки тугоплавких металлов. *Автореф. дис. ... канд. техн. наук.* Киев. 1970. 21 с.
5. Панасюк Л.С., Ульянов В.Л., Явич В.Е. Электромагнитное перемешивание металла в гарнисаже при электронно-лучевой плавке. *Сб. Литье тугоплавких металлов.* Киев: ИПЛ АН УССР. 1970. С. 76–87.
6. Анікін Ю.П. Удосконалення технології та устаткування для електронно-променевої плавки та лиття жароміцних нікелевих сплавів. *Автореф. дис. ... канд. техн. наук.* Київ. 1998. 19 с.
7. Электронно-лучевая плавка в литейном производстве. Под ред. С.В. Ладохина. Киев: Сталь. 2007. 626 с.
8. Глухенький А.И., Гориславец Ю.М., Бондар А.И., Ладохин С.В., Лапшук Т.В., Дрозд Е.А. Моделирование электронно-лучевой плавки титана в гарнисажных тиглях. *Процессы литья.* 2017. № 2. С. 30–38.
9. Comsol Multiphysics. URL: <https://www.comsol.com/> (дата звернення 10.01.2026).
10. Гориславец Ю.М., Ладохин С.В., Глухенький О.И., Лапшук Т.В., Бондар О.И., Дрозд Е.О. Розрахункове дослідження системи електромагнітного перемішування рідкого металу в гарнісажному тиглі при електронно-променевої плавці. *Технічна електродинаміка.* 2018. № 4. С. 52–59. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.118>

NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF DESIGN FACTORS ON ELECTROMAGNETIC STIRRING OF MOLTEN METAL DURING ELECTRON-BEAM MELTING IN A SKULL CRUCIBLE

O.I. Bondar, O.I. Hlukhenkyi, Yu.M. Goryslavets, V.I. Zaloznyi

Institute of electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Beresteiskiy ave., 56., Kyiv, 03057, Ukraine

e-mail: gai56@ied.org.ua

The structural schemes of skull crucibles with electromagnetic stirring systems (EMSS) that have found practical application in electron-beam skull melting technology are considered. A three-dimensional mathematical model and a methodology for numerical study of the influence of design factors of a sectioned skull crucible and EMSS on the energy and hydrodynamic efficiency of melt stirring has been presented. The mathematical model of electromagnetic processes is formulated in terms of vector magnetic and scalar electric potentials, and hydrodynamic processes are formulated in the form of Navier-Stokes equations using the k-ε turbulence model. The calculations were performed using the finite element method in the Comsol Multiphysics software environment. The comparison of the effectiveness of design factors was carried out using the example of a skull crucible with a total load of titanium charge of about 200 kg. The influence of such factors as the number and size of through-holes in the side wall of the crucible, the material and thickness of this wall, and the number of coils of the stirrer inductor has been investigated. Ref. 10, fig. 7, table.

Keywords: electron-beam melting, skull crucible, electromagnetic stirring system, mathematical modeling of electromagnetic and hydrodynamic processes.

1. Schiller Z., Gaizig W, Panzer Z. Electron-beam technology. M.: Enerhiya. 1980. 528 p. (Rus)
2. Ul'janov V.L. Electron-beam skull melting upon receiving of shaped castings. *Litejnoe proizvodstvo.* 1972. No 10. Pp. 13–15. (Rus)
3. Movchan B.A., Tikhonovskiy A.L., Kurapov Yu.A. Electron beam melting and refining of metals and alloys. Kiev: Naukova Dumka. 1973. 239 p. (Rus)
4. Dovbnya V.D. Study of the physicochemical processes of electron beam skull melting of refractory metals. *Автореф. дис. ... канд. техн. наук.* Киев. 1970. 21 p. (Rus)
5. Panasyuk L.S., Ulyanov V.L., Yavich V.E. Electromagnetic stirring of metal in the skull in electron-beam melting. *Sbornik Lit'e tugoplavkih metallov.* Kiev: IPL AN USSR. 1970. Pp. 76–87. (Rus)
6. Anikin Yu.P. Improvement of technology and equipment for electron beam melting and casting of heat-resistant nickel alloys. *Автореф. дис. ... канд. техн. наук.* Kyiv. 1998. 19 p. (Ukr)
7. Electron beam melting in foundry production. Edited by S.V. Ladokhin. Kiev: Stal'. 2007. 626 pp. (Rus)
8. Glukhenkyi A.I., Goryslavets Yu.M., Bondar A.I., Ladokhin S.V., Lapshuk T.V., Drozd E.A. Modeling of electron beam melting of titanium in skull crucible. *Processy lit'ya.* 2017. No. 2. Pp. 30–38. (Rus)
9. Comsol Multiphysics. URL: Access mode: <https://www.comsol.com/> (access date 10.01.2026).
10. Goryslavets Yu.M., Ladokhin S.V., Glukhenkyi O.I., Lapshuk T.V., Bondar O.I., Drozd E.O. Numerical investigation of the electromagnetic stirring system of liquid metal in skull crucible with electron-beam melting. *Tekhnichna Elektrodynamika.* 2018. No 4. Pp. 52–59. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.118>

Надійшла: 20.01.2026

Прийнята: 17.02.2026

Submitted: 20.01.2026

Accepted: 17.02.2026

ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА СИСТЕМИ

УДК 621.311

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73.061>**МЕТОДИ КЕРУВАННЯ ГЕНЕРАТОРАМИ НА БАЗІ МАШИНИ ПОДВІЙНОГО ЖИВЛЕННЯ У МІКРОМЕРЕЖАХ – ОГЛЯД ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ****В.С. Швець**

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна
e-mail: Valdemarius2001@gmail.com

У роботі представлено огляд сучасних технічних рішень, пов'язаних із застосуванням генераторів на базі машини подвійного живлення (МПЖ) у складі мікромереж для підвищення якості електроенергії. Розглянуто особливості роботи генераторів на базі МПЖ в умовах несиметричних напруг, що виникають через нерівномірний розподіл навантажень, різний імпеданс ліній приєднання та вплив нелінійних споживачів. Проаналізовано основні підходи до керування, включно з векторним керуванням, прямим керуванням потужністю та інтелектуальними методами, як-от нечітка логіка та гібридні алгоритми. Визначено переваги та обмеження кожного з методів з погляду ефективності компенсації пульсацій моменту, зменшення гармонічних спотворень та підвищення стійкості таких систем. Окреслено перспективи розвитку технологій керування генераторів на базі МПЖ у контексті інтеграції відновлюваних джерел у мікромережі та забезпечення стабільності енергопостачання. Бібл. 16, рис. 6.

Ключові слова: МПЖ, мікромережа, якість електроенергії, несиметрична напруга, векторне керування, нечітка логіка, пряме керування потужністю.

Зростання частки відновлюваних джерел енергії в електроенергетичних системах зумовлює потребу у впровадженні гнучких та ефективних засобів генерації, здатних стабільно працювати в умовах змінних режимів. Мікромережі, які інтегрують вітрові, сонячні та інші джерела, створюють нові можливості для децентралізованого енергопостачання, проте водночас стикаються із проблемою зниження якості електроенергії. Одним із ключових викликів є виникнення несиметричних напруг, що спричиняють пульсації моменту, перевантаження електронних перетворювачів та зниження довговічності обладнання.

Серед різних технологій вітрогенерації особливе місце займають генератори на базі машини подвійного живлення (МПЖ), які забезпечують високу енергоефективність, можливість роботи за змінної швидкості ротора та гнучке регулювання активної та реактивної потужності. Використання генераторів на базі МПЖ у складі мікромереж дає змогу не лише оптимізувати виробництво енергії, а й впливати на параметри мережі для підвищення якості електроенергії.

Однак робота генераторів на базі МПЖ в умовах несиметричних напруг вимагає впровадження спеціальних стратегій керування, здатних мінімізувати негативний вплив несиметрії. Традиційні методи, такі як векторне керування чи пряме керування потужністю, демонструють високу ефективність у збалансованих режимах, проте потребують ускладнених алгоритмів для роботи в умовах несиметрії. Останніми роками все більше уваги приділяється інтелектуальним методам керування із застосуванням нечіткої логіки, що забезпечує високу адаптивність та стійкість системи.

Метою цієї роботи є огляд сучасних методів керування генераторів на базі МПЖ у мікромережах для покращення якості електроенергії, аналіз їхніх переваг та обмежень, а також визначення перспектив подальшого розвитку в контексті підвищення надійності та стабільності енергопостачання.

1. **Векторне/поле-орієнтоване керування.** Останніми роками розглядаються покращені методи керування асинхронними генераторами на базі МПЖ, спрямовані на забезпе-

чення стійкої роботи у слабких або ізолюваних мікромережах. Основна мета – підвищення енергетичної стабільності, якості електроенергії та здатності підтримувати частоту і напругу незалежно від головної мережі.

Традиційні стратегії (поле-орієнтоване керування – *FOC* «Field Oriented Control», пряме керування потужністю – *DPC* «Direct Power Control») для систем, приєднаних до мережі (*Grid-Following*), втрачають ефективність у таких умовах, тому пропонується переходити до *Grid-Forming* керування, де МПЖ формує параметри мережі – напругу, частоту та фазовий зсув.

Як показано в [1], потокозчеплення статора може контролюватися струмами ротора в каскадній структурі з внутрішнім швидким контуром регулювання струму ротора та зовнішнім повільнішим контуром регулювання потокозчеплення. Взаємозв'язки між *d*- та *q*-компонентами у внутрішньому контурі керування струмом ротора зменшуються за допомогою введення відповідних компенсаційних (*feedforward*) членів для напруг.

Структурна схема системи керування наведена на рис. 1.

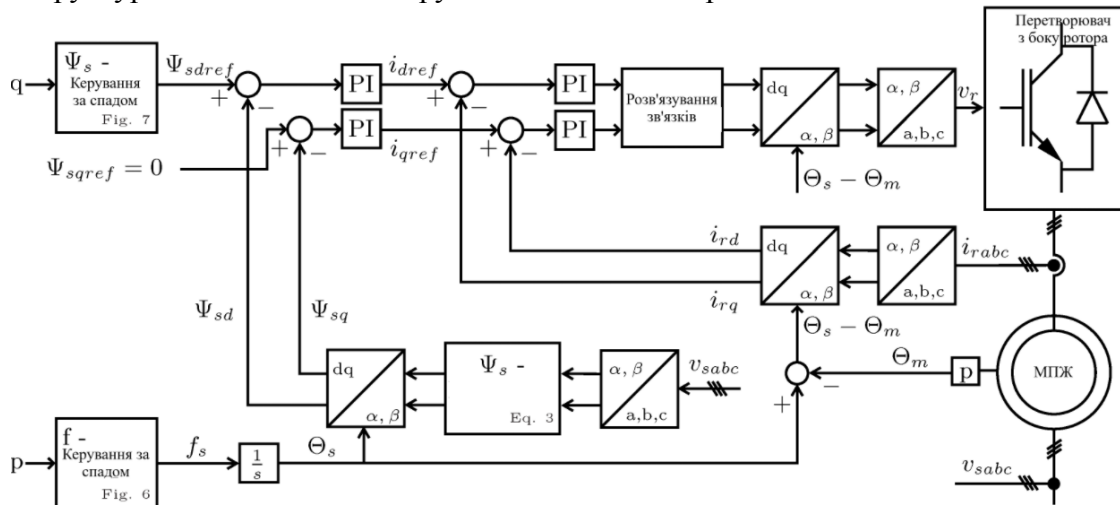


Рис. 1. Схема керування МПЖ із контролем потокозчеплення статора [1]

Під час розрахунку параметрів ПІ-регулятора струму ротора використовується вираз:

$$F_{PI_r}(s) = K_{P_r} \cdot \frac{1 + sT_{R_r}}{sT_{R_r}}, \quad (1)$$

де K_{P_r} – пропорційний коефіцієнт підсилення, а T_{R_r} – час відновлення інтегруючої частини регулятора.

Водночас необхідно враховувати *LCL*-фільтр, розташований між перетворювачем з боку ротора (*RSC* «Rotor Side Converter») і самим ротором. Час відновлення T_{R_r} налаштовується так, щоб компенсувати сталу часу відкритого статора енергетичної установки, проте ємність фільтра зазвичай не береться до уваги.

Щоб уникнути резонансних коливань у фільтрі, пропорційне підсилення K_{P_r} обирається так, щоб частота зрізу контура регулювання струму ротора була у 10 разів нижчою за резонансну частоту *LCL*-фільтра [1].

Також використовується схема керування, що забезпечує стабільну роботу в ізолюваному режимі без підтримки основної мережі. Метою є поліпшення стійкості напруги та частоти мікромережі, коли МПЖ є головним джерелом енергії, а також мінімізація осциляцій потужності за зміни навантаження.

Передбачається, що механічна система вітрової турбіни забезпечує роботу ротора генератора із заданою синхронною швидкістю обертання ω_r . Метою є визначення керуючої дії у вигляді напруги V_r , яка повинна бути розрахована у підсистемі перетворювача з боку ротора. Цей перетворювач генерує напругу на клеммах ротора генератора. Метою є отримання си-

нусаїдальної трифазної симетричної напруги V_0 на клеммах ізолюваної мережі (із параметрами $R_a, R_b, R_c, L_a, L_b, L_c$). Навантаження вважається RL -типу, однак його параметри є змінними, непередбачуваними та різними для кожної фази. Попри це, напруга V_0 має містити лише основні гармоніки, тоді як вищі гармоніки, які можуть бути шкідливими, повинні бути зменшені. Під час опису системи на рис. 2 враховується коефіцієнт трансформації трансформатора:

$$\zeta = \frac{z_s}{z_t}, \quad (2)$$

де z_s та z_t – це кількість витків первинної та вторинної обмоток трансформатора, з'єднаних відповідно зіркою та трикутником.

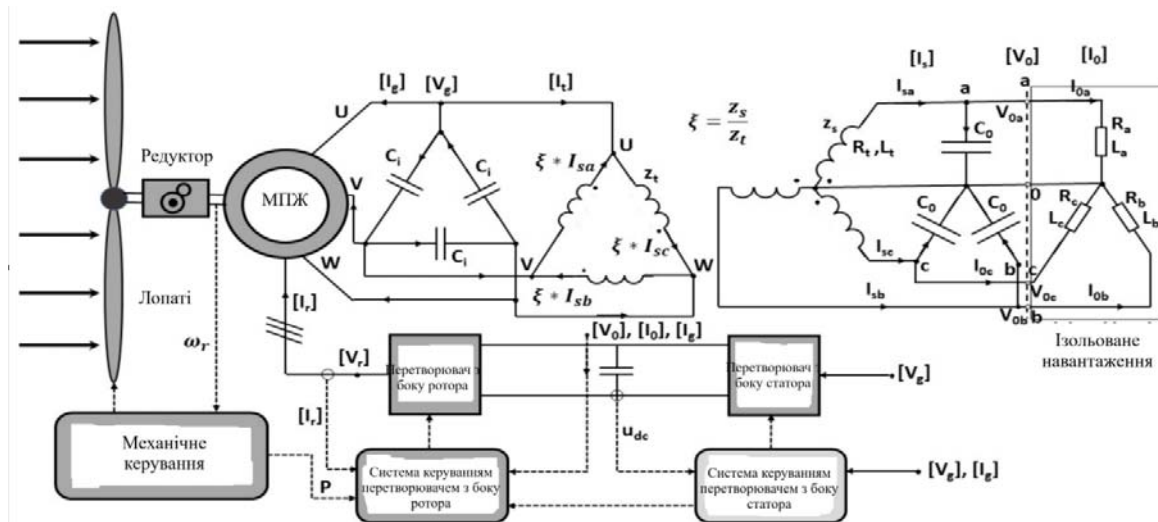


Рис. 2. Блок-схема оптимального контролера МПКЖ у режимі ізолюваного навантаження [2]

Переваги векторного керування [2]:

- 1) підвищена стійкість у слабких мережах, МПКЖ здатна підтримувати напругу та частоту без централізованого джерела;
- 2) можливість автономної роботи, у режимі від'єднання від мережі генератор продовжує забезпечувати живлення навантажень;
- 3) зниження гармонічних спотворень, використання керування потокозчепленням покращує якість струмів та напруги;
- 4) висока швидкість та динамічна реакція, реалізація в реальному часі на dSPACE підтвердила швидке відновлення після збурень;
- 5) ефективний розподіл потужності, оптимальний алгоритм дає змогу збалансувати активну та реактивну складові під час змін навантаження.

Недоліки:

- 1) висока обчислювальна складність, необхідна потужна цифрова платформа (DSP, dSPACE, FPGA);
- 2) залежність від точності вимірювань потокозчеплення, помилки сенсорів знижують якість керування;
- 3) складність узгодження з іншими розосередженими джерелами, у мікромережах потрібно координувати роботу кількох генераторів;
- 4) необхідність ретельного налаштування параметрів контролера. Оптимізація алгоритмів займає значний час [3].

2. Пряме керування потужністю (DPC). Метод *DPC* є одним із найефективніших підходів до керування асинхронними генераторами на базі МПКЖ у сучасних вітроенергетичних установках. Його принцип базується на прямому регулюванні активної (P) та реактивної (Q) потужності без використання проміжного контура струму. На відміну від класичного векторного керування (*FOC*), *DPC* здійснює миттєвий вибір вектора напруги ротора,

який мінімізує відхилення потужності від заданих значень. Це дає змогу забезпечити високу швидкодію, простоту реалізації та ефективність роботи навіть у нестабільних умовах мережі [4].

Метод *DPC* базується на безпосередньому регулюванні активної (P) та реактивної (Q) потужності статора через вибір відповідного стану інвертора. Замість використання класичного ПІ-регулятора струму *DPC* безпосередньо змінює вектори напруги, застосовуючи таблицю вибору оптимального стану на основі моментального відхилення потужності.

Дослідження останніх років демонструють тенденцію до підвищення точності та стійкості *DPC* шляхом інтеграції додаткових алгоритмів спостереження, адаптації та штучного інтелекту.

Також запропоновано застосування спостерігача збурень (*Disturbance Observer, DO*) для компенсації невизначеностей параметрів машини та флуктуацій напруги. Такий підхід забезпечує зменшення пульсацій потужності та підвищення точності керування без значного збільшення обчислювальної складності.

У [4] розроблено адаптивний регулятор, який автоматично підлаштовує коефіцієнти контролю залежно від умов вітру та зміни навантаження. Ця стратегія забезпечує покращену динамічну стабільність і зниження гармонічних спотворень у широкому діапазоні швидкостей обертання турбіни.

Використання нечіткої логіки (*Fuzzy Logic*) дало змогу замінити таблицю вибору векторів на інтелектуальний механізм прийняття рішень. Такий підхід підвищує стійкість системи до зміни параметрів генератора та мінімізує пульсації моменту і потужності, особливо в умовах низьких частот комутації [4].

У системі використовуються гістерезисні компаратори, які порівнюють миттєві значення потужностей із їхніми еталонними значеннями, визначаючи похибки. Виходи цих контролерів разом із сектором, у якому розташований вектор потоку статора, утворюють вхідні сигнали таблиці комутацій.

Комплексна площина поділяється на шість кутових секторів, що дає змогу визначити послідовність керування активною та реактивною потужностями через прикладання відповідного вектора напруги статора.

Для формування станів перемикання активної та реактивної потужностей використовується трипозиційний гістерезисний регулятор, який працює за принципом порівняння розрахованої потужності з еталонною.

Вибір відповідного вектора напруги, що подається на перетворювач ротора (*RSC*), визначається за таблицею комутацій. Ця таблиця використовується для контролю активної та реактивної потужностей, що обмінюються з мережею. Детальна структура класичного *DPC* зображена на рис. 3 [5].

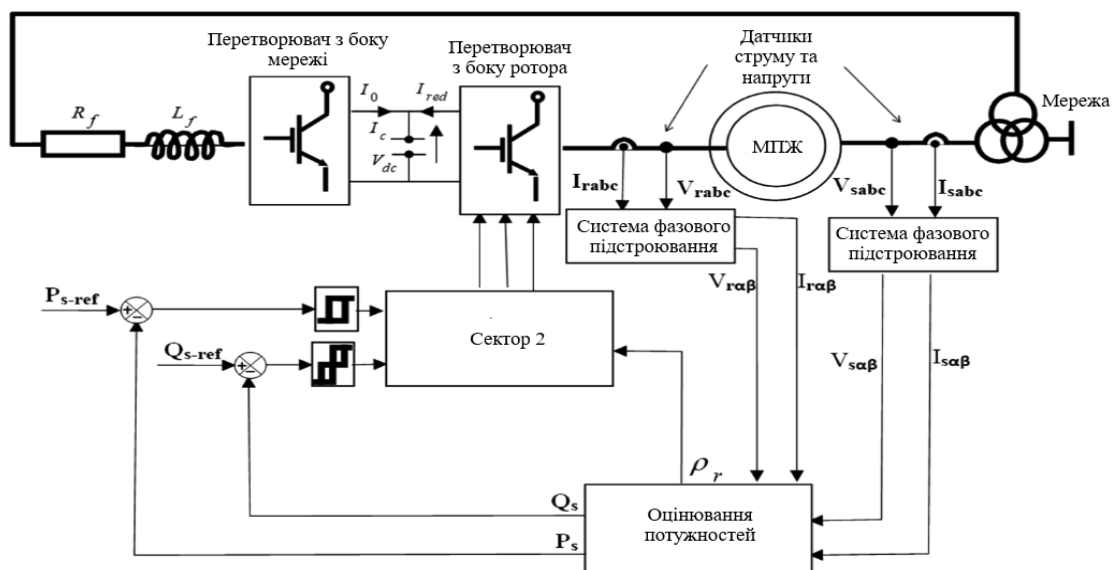


Рис. 3. Класична схема прямого керування потужністю *DPC* МПЖ [5]

Основним недоліком традиційного методу є наявність пульсацій потужності, які впливають на електричну мережу та створюють механічне навантаження на вал турбіни. Такі коливання можуть спричинити пошкодження та, в критичних випадках, призвести до механічного руйнування турбіни. Для зменшення цих коливань в [6] запропоновано адаптивну стратегію прямого керування потужністю (*Adaptive DPC, A-DPC*).

Принцип роботи *A-DPC* ґрунтується на вдосконаленні класичної таблиці комутацій *DPC*. Відомо, що збільшення електромагнітного моменту (або активної потужності) за сталою ковзання означає зростання енергії, яку споживає машина. У генераторному режимі ця залежність має від'ємний знак, тобто збільшення моменту означає зменшення потужності, що видається генератором.

Однак у класичному підході є похибка у визначенні кута потоку ротора, що впливає на точність вибору вектора напруги. Удосконалений адаптивний метод використовує поточну оцінку потоку ротора, щоб динамічно коригувати сектор і вектор комутації [6, 7].

Переваги:

- 1) зменшення пульсацій активної та реактивної потужності;
- 2) менше навантаження на механічні частини турбіни;
- 3) підвищена стабільність роботи при змінних швидкостях вітру;
- 4) покращення точності завдяки корекції кута потоку ротора;
- 5) можливість роботи як у генераторному, так і в моторному режимі без переналаштування таблиці комутацій.

3. Керування за спадом (розподіл потужності та підтримка частоти). Метод керування за спадом (*Droop Control*) є одним із ключових підходів для регулювання потужності та частоти в ізольованих або слабких мікромережах, що включають вітрові турбіни з асинхронними генераторами на базі МПЖ. Його основною метою є забезпечити автономний розподіл активної та реактивної потужності між кількома джерелами енергії без необхідності централізованого керування.

Droop Control базується на моделюванні поведінки синхронного генератора, де частота зменшується зі збільшенням активної потужності (*P-f droop*), а напруга зменшується зі збільшенням реактивної потужності (*Q-V droop*). У системах з МПЖ цей принцип дає змогу регулювати частоту обертання, кут зсуву фаз та реактивну потужність, підтримуючи стабільність мікромережі навіть за відсутності мережі.

Під час роботи в ізольованому режимі (*Islanded Mode*) МПЖ бере на себе роль "формування мережі" (*Grid-Forming*), підтримуючи рівень частоти та напруги. Завдяки наявності двостороннього перетворювача (*RSC* і *GSC*) система може одночасно регулювати як частоту, так і потік енергії між генератором, накопичувачами та навантаженнями.

У [8] було проаналізовано поведінку МПЖ під дією мультипідсилювального *Droop Control* у мікромережі. Автори довели, що застосування декількох коефіцієнтів спадів для різних режимів навантаження дає змогу поліпшити частотну стабільність та розподіл потужності між джерелами. Такий підхід забезпечує швидшу реакцію системи на коливання навантаження без необхідності зовнішнього контролера. Також метод *Droop Control* було інтегровано з керуванням потокозчепленням статора (*Stator Flux Control*). Це дає змогу МПЖ діяти як *Grid-Forming* пристрій, що здатен створювати синусоїдальну напругу потрібної частоти та амплітуди навіть за повної ізоляції від мережі. Такий підхід підвищує стійкість до збурень і дає змогу системі МПЖ підтримувати роботу мікромережі в умовах обмеженої інерції.

Під час інерційної підтримки *DFIG* може тимчасово перевиробляти потужність, уповільнюючи обертання та передаючи енергію в мережу, і навпаки. Типова схема *droop*-керування з інерцією наведена на рис. 4 [8]. Інерційна відповідь після збурення може бути описана рівнянням (3):

$$\Delta P_{IR} = K_{IR} \frac{d}{dt} \Delta f = 2H_{\omega} \frac{d}{dt} \Delta f, \quad (3)$$

де H_{ω} – інерційний коефіцієнт вітрових турбін, Δf – вимірне відхилення частоти між фактичною частотою мережі та еталонною.

Потужність вітрової турбіни тимчасово регулюється для забезпечення інерційної відповіді. Турбіна реагує на зниження частоти сповільненням обертання та виділенням частини накопиченої кінетичної енергії. Згідно з (3), швидкість зростання/спаду IR розраховується на основі зміни частоти. Невелика мертва зона $\pm 0,05$ Гц введена для уникнення інерційної відповіді за дуже малих коливань частоти, а інерційний коефіцієнт приймається рівним 0,2.

Інерційна відповідь є найбільш вираженою на початковій стадії відхилення частоти після виникнення збурення. Контур швидкості зміни частоти ($ROCOF$) є менш ефективним, коли починає діяти регулювання первинної частоти. Отже, із зростанням відхилення частоти $droop$ -контур починає відігравати вирішальну роль у первинному регулюванні частоти.

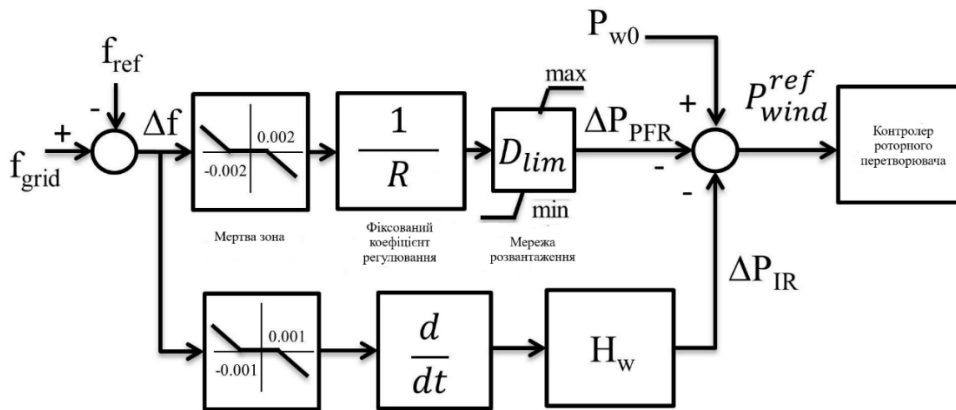


Рис. 4. Структурна схема керування МПЖ із застосуванням керування за спадом [8]

Однак вітрова турбіна повинна працювати нижче точки максимального відбору потужності ($MPPT$), щоб забезпечити резерв потужності для первинного регулювання частоти. Цей режим розвантаження реалізується шляхом зміщення робочої точки вітрової турбіни ліворуч або праворуч від точки $MPPT$ через зміну швидкості обертання, створюючи тимчасовий резерв потужності для підтримки стабільності мережі.

Переваги:

- 1) забезпечує автономне регулювання частоти та напруги;
- 2) підтримує спільну роботу кількох джерел у мікромережі без централізованого контролю;
- 3) сумісний із іншими методами – *Grid-Forming*, *DPC*;
- 4) покращує стабільність мікромережі в режимах з низькою інерцією.

Недоліки:

- 1) може спричинити повільне відновлення частоти після великих перехідних процесів;
- 2) чутливість до вибору коефіцієнтів спадів (*Droop Gains*);
- 3) у складних мікромережах потребує координації між кількома МПЖ для уникнення коливань.

4. Мережоутворювальне керування. Методи *Grid-Forming* (*GFM*) і *Grid-Following* (*GFL*) керування визначають два підходи до взаємодії перетворювачів, зокрема МПЖ, із мережею: 1) *Grid-Forming Control* – створює напругу та частоту, працюючи як віртуальне джерело напруги; 2) *Grid-Following Control* – синхронізується з наявною мережею, діючи як регульоване джерело струму.

Обидва режими є взаємодоповнюючими та використовуються для забезпечення стабільної роботи вітрових електростанцій, як у підключеному до мережі, так і в автономному режимі мікромережі [10].

Grid-forming керування для МПЖ показано на рис. 5. Основним завданням *GFC* є керування амплітудою та фазою внутрішньої напруги. Потік у повітряному зазорі може бути визначений як внутрішня напруга E_{DFIG}^* у генераторі МПЖ.

Фаза внутрішньої напруги може керуватися за допомогою рівняння коливань і керування активною потужністю, тоді як амплітуду внутрішньої напруги можна обчислити через керування реактивною потужністю [10].

Детальний опис *GFC* для МПЖ наведено в [11].

Як показано на рис. 5, імпедансна модель *GFC* для МПЖ складається з чотирьох частин: модель МПЖ; розрахунок зворотного зв'язку; контур керування *GFC*; перетворення системи координат.

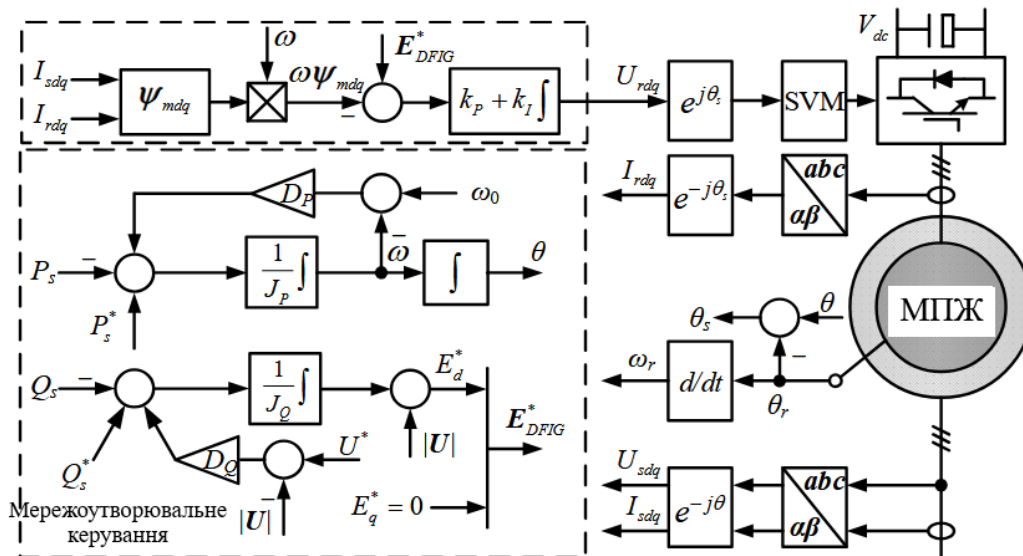


Рис. 5. Система мережоутворювального керування МПЖ [10]

Процес моделювання імпедансу подано нижче. Для зручності жирним шрифтом позначаються комплексні вектори, наприклад:

$$\mathbf{X} = X_d + jX_q, \quad (4)$$

а також комплексні передавальні функції або матриці:

$$X(s) = X_d(s) + jX_q(s). \quad (5)$$

Моделювання імпедансу базується на аналізі малих сигналів [16], тому змінні стану з малосигнальними збуреннями можна записати як:

$$x = X_0 + \Delta x, \quad (6)$$

де x – змінна стану, X_0 – стаціонарне значення, а Δx – мале збурення.

Переваги:

- 1) забезпечення стійкості частоти та напруги навіть у слабких мережах;
- 2) можливість роботи в автономному (*off-grid*) режимі;
- 3) гнучкість у поєднанні з накопичувачами електроенергії або іншими розосередженими джерелами;
- 4) зменшення пульсацій потужності та поліпшення якості енергії.

Недоліки:

- 1) висока складність реалізації через необхідність точного моделювання динаміки МПЖ.
- 2) вимоги до обчислювальних ресурсів і точного налаштування фазових кутів.
- 3) уразливість до гармонік у разі швидких перехідних процесів [12].

5. Модельно-прогнозоване керування (MPC «Model Predictive Control») – це метод керування, який базується на прогнозуванні майбутнього стану системи за допомогою математичної моделі. Основна ідея полягає у розрахунку оптимальної послідовності керуючих дій для досягнення бажаних показників потужності, моменту або частоти із урахуванням обмеження напруги, струму та потужності. Для МПЖ метод *MPC* дає змогу передбачати зміну потоків потужності через ротор і статор, що забезпечує високу точність регулювання та мінімізацію пульсацій електромагнітного моменту [13].

На рис. 6 зображено комплексну структурну схему системи керування вітроенергетичною установкою на основі МПЖ, у якій реалізовано модельно-прогнозоване керування для перетворювачів зі сторони ротора (*RSC*) та мережі (*GSC*). У верхній частині зображено основний енергетичний тракт – від аеродинамічної частини вітротурбіни з анемометром і механі-

чною передачею (редуктором) до МПЖ, струми та напруги якого подаються до відповідних контролерів. Швидкість вітру використовується *MPPT*-алгоритмом для генерації оптимального значення електромагнітного моменту та завдання активної потужності.

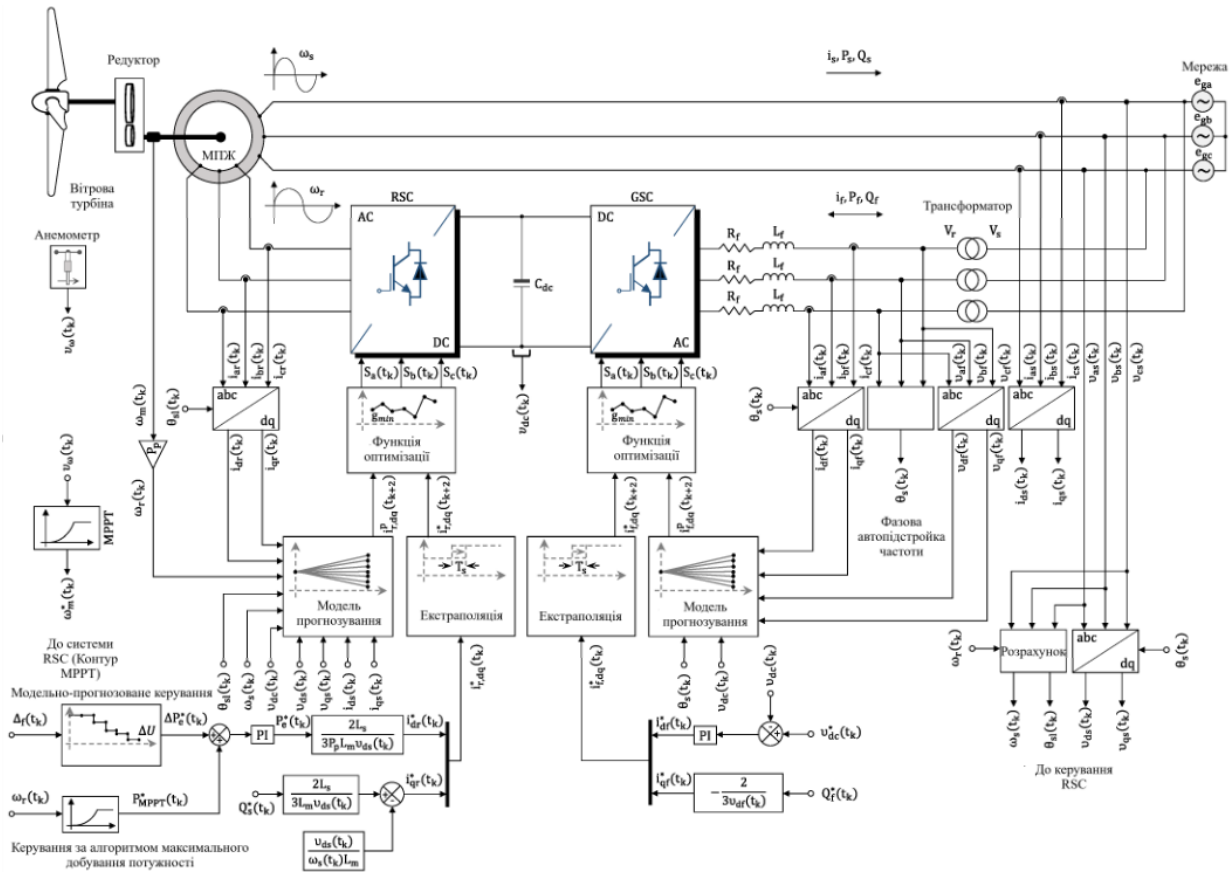


Рис. 6. Загальна схема керування вітряною турбіною на основі МПЖ [14]

Струми та напруги статора й ротора проходять через модулі перетворення координат (*Clarke–Park*), що дає можливість виконувати керування у *dq*-системі. Кут синхронізації визначається за допомогою фазового автоналаштування *PLL* (*Phase-Locked Loop*), яке забезпечує правильне фазове вирівнювання між сигнальними величинами та напругою мережі. Вузли вимірювання напруги, струму та кутів подаються на блоки прогнозування, де реалізовано математичну модель МПЖ і мережі, що дає змогу передбачати поведінку струмів та напруг у наступні такти дискретизації.

Для перетворювача *RSC* *MPC*-контролер регулює компоненти струму ротора відповідно до завдань *MPPT* та завдання потужності. Водночас перетворювач *GSC* підтримує стабільну напругу шини постійного струму v_{dc} і керує обміном активної та реактивної потужності з мережею, урахуваючи параметри трансформатора та фільтрів. Система також включає допоміжні ПІ-регулятори для корекції окремих внутрішніх сигналів, наприклад, для керування реактивною потужністю або стабілізації V_{dc} .

Структурна схема демонструє повну інтегровану систему *MPC*-керування для *DFIG*-вітряної турбіни, яка охоплює весь шлях перетворення енергії та дає змогу реалізувати високоточний прогноуючий контроль, що враховує майбутні стани системи та забезпечує оптимальну роботу як у сталих, так і в швидкозмінних режимах [14].

Переваги:

- 1) висока точність і швидкість регулювання активної та реактивної потужності;
- 2) здатність працювати в умовах обмежень (струм, напруга, потужність);
- 3) покращена динамічна стійкість системи МПЖ під час аварійних режимів;
- 4) підтримка частотного контролю та інерційного відгуку в мікрмережах;
- 5) гнучкість у поєднанні з іншими стратегіями (наприклад, *fuzzy-logic* або ПІ-контроль).

Недоліки:

- 1) висока обчислювальна складність алгоритму потребує потужних процесорів;
- 2) необхідність точної математичної моделі МПЖ, чутливість до параметрів;
- 3) потреба у швидких сенсорах струму та напруги для реального часу;
- 4) високі вимоги до синхронізації між GSC та RSC [15, 16].

Висновки. У роботі виконано систематизований огляд сучасних методів керування генераторами на базі машини подвійного живлення (МПЖ) у складі мікромереж, з особливим акцентом на режимах слабких, несиметричних та динамічно змінних електричних мереж. Показано, що здатність МПЖ незалежно регулювати активну та реактивну потужність, працювати за змінної швидкості вітру та взаємодіяти з перетворювачами робить її одним із ключових компонентів сучасних вітрових електроустановок і мікромереж.

На основі огляду встановлено, що різні стратегії керування мають значні відмінності за критеріями швидкодії, стійкості, складності реалізації та якості компенсації пульсацій моменту та напруги. Векторно-орієнтоване керування забезпечує високу точність і швидкодію, проте є чутливим до параметричних збурень. Методи прямого керування потужністю демонструють швидку реакцію системи, але характеризуються підвищеними пульсаціями та потребують адаптивних і інтелектуальних доповнень. Підходи на основі керування за спадом суттєво покращують автономність роботи мікромереж і підтримку частоти, але потребують оптимального налаштування коефіцієнтів спадів. Мережоутворювальні алгоритми (Grid-Forming) та модельно-прогнозоване керування (MPC) виявилися найбільш перспективними для умов слабких мереж і високої частки ВДЕ, забезпечуючи покращену стабільність напруги, зниження гармонічних спотворень та інерційну підтримку.

Порівняльний аналіз показав, що саме інтелектуальні та гібридні методи (*fuzzy-logic DPC*, *MPC* з адаптивними моделями, комбіновані *GFM/FOC*-схеми) демонструють найкращу робастність до несиметричних режимів та коливань параметрів мережі. Вони мають потенціал для створення універсальних систем керування, здатних одночасно виконувати функції *Grid-Following* і *Grid-Forming* з автоматичним перемиканням режимів відповідно до стану мікромережі.

Подальший розвиток технологій керування МПЖ доцільно спрямувати на створення об'єднаних алгоритмів керування, які інтегрують векторне, пряме та прогнозне керування в єдину адаптивну систему; поглиблене використання методів штучного інтелекту для прогнозування режимів роботи вітрових установок та оцінки стану МПЖ у реальному часі; вдосконалення стратегій компенсації негативної послідовності у випадку значних несиметрій та спотворень; розроблення керування МПЖ для гібридних AC/DC мікромереж та комплексних мереж із низькою інерцією; створення лабораторних та цифрових платформ *Hardware-in-the-Loop* для тестування нових стратегій керування.

Отже, впровадження розширених, адаптивних та мережоутворювальних стратегій керування МПЖ є ключовим фактором для підвищення якості електроенергії, стабільності та надійності роботи мікромереж із високою часткою відновлюваних джерел. Результати огляду підтверджують, що розвиток гібридних, інтелектуальних та високоточних методів керування дадуть змогу істотно розширити функціональність МПЖ у сучасних і перспективних енергетичних системах.

Фінансується за держбюджетною темою «Дослідження методів підвищення ефективності систем електроживлення з джерелами розподіленої генерації з урахуванням нових способів побудови та керування напівпровідниковими компонентами збурень і неактивних складових потужності» (шифр «АДАПТЕР-2»), що виконується за Постановою Бюро ВФТПЕ НАН України від 10.07.2024 р., протокол № 3. Державний реєстраційний номер роботи 0125U000014. КПКВК 6541030.

1. Klaes N., Pöschke F., Schulte H. Grid Forming Stator Flux Control of Doubly-Fed Induction Generator. *Energies*. 2021. Vol. 14. Pp. 6766. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14206766>
2. Gołębowski L., Gołębowski M., Kwiatkowski B. Optimal Control of a Doubly Fed Induction Generator of a Wind Turbine in Island Grid Operation. *Energies*. 2021. Vol. 14. Pp. 7883. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14237883>
3. Bouderbala M., Aroussi H.A., Bossoufi B., Karim M. Real-Time Power Control of Doubly Fed Induction Generator Using Dspace Hardware. *Sustainability*. 2023. Vol. 15. Pp. 3638. DOI: <https://doi.org/10.3390/su15043638>

4. Debouza M., Al-Durra A., Errouissi R., Muyeen S.M. Direct power control for grid-connected doubly fed induction generator using disturbance observer based control. *Renewable Energy*. 2018. Vol. 125. Pp. 365–372. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.02.121>
5. Mazouz F., Belkacem S., Colak I., Drid S., Harbouche Y. Adaptive direct power control for double fed induction generator used in wind turbine. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2020. Vol. 114. Pp. 105395. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105395>
6. Sayeh K.F., Tamalouzt S., Ziane D., Benyahia N., Belaid S.L., Belkhier Y. Real-time fuzzy logic-based direct power control for wind energy systems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2025. Vol. 154. Pp. 110968. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2025.110968>
7. Chojaa H., et al. A Novel DPC Approach for DFIG-Based Variable Speed Wind Power Systems Using DSpace. *IEEE Access*. 2023. Vol. 11. Pp. 9493–9510. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3237511>
8. Datta U., Kalam A., Shi J. Frequency performance analysis of multi-gain droop controlled DFIG in an isolated microgrid using real-time digital simulator. *Engineering Science and Technology, an International Journal*. 2020. Vol. 23. No 5. Pp. 1028–1041. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2019.11.008>
9. Tafizare E., Rahimi M. Grid-following and grid-forming control modes of the rotor and grid sides converters for seamless and universal operation of the hybrid DFIG-wind/battery energy storage system in grid-connected and stand-alone conditions. *Journal of Energy Storage*. 2024. Vol. 104(Part B), Pp. 114623. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.est.2024.114623>
10. Jiao Y., Nian H. Grid-forming control for DFIG based wind farms to enhance the stability of LCC-HVDC. *IEEE Access*. 2020. Pp. 1–1. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3019691>
11. Nian H., Jiao Y. Improved Virtual Synchronous Generator Control of DFIG to Ride-Through Symmetrical Voltage Fault. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2020. Vol. 35. No 2. Pp. 672–683. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2019.2954596>
12. Arévalo P., Ramos C., Rocha A. A Systematic Review of Grid-Forming Control Techniques for Modern Power Systems and Microgrids. *Energies*. 2025. Vol. 18. Pp. 3888. DOI: <https://doi.org/10.3390/en18143888>
13. Rodrigues L.L., Velasquez O.C., Lourenço L.F.N., Vilcanqui O.A.C., Salles M.B.C., Filho A.J.S. Filtered Repetitive MPC Applied to DFIG Grid Side Converter Frequency Support in Microgrids During Island Operation. *IEEE Access*. 2023. Vol. 11. Pp. 80835–80853. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3300661>
14. Ali Y.A., Ouassaid M., Cabrane Z., Lee S.-H. Enhanced Primary Frequency Control Using Model Predictive Control in Large-Islanded Power Grids with High Penetration of DFIG-Based Wind Farm. *Energies*. 2023. Vol. 16. Pp. 4389. DOI: <https://doi.org/10.3390/en16114389>
15. Quang N.K., Kim Anh N., Ngo V.-Q.-B. Facilitated model predictive power control of DFIG driven by NNPC inverter for wind energy system. *Energy Reports*. 2025. Vol. 13. Pp. 562–575. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.egy.2024.12.021>
16. Echiheb F., Bossoufi B., Kafazi I., Bhiri I.E. Advanced Predictive Control for Wind Turbines: Using Doubly Fed Induction Generators (DFIGs) to Improve Performance. *Proceedings of the 16th International Conference on Electronics, Computers and Artificial Intelligence (ECAI)*. Iasi, Romania, 2024. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/ECAI61503.2024.10607519>

CONTROL METHODS FOR DOUBLY FED INDUCTION GENERATORS IN MICROGRIDS: OVERVIEW AND DEVELOPMENT PROSPECTS

V.S. Shvets

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Beresteiskiy ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine

e-mail: Valdemarius2001@gmail.com

The paper presents a review of current research and technical solutions related to the application of doubly fed induction generators (DFIG) in microgrids to improve power quality. The operational features of DFIG under unbalanced voltage conditions, arising from uneven load distribution, varying line impedances, and the influence of nonlinear consumers, are examined. The main control approaches are analysed, including vector control, direct power control, and intelligent methods such as fuzzy logic and hybrid algorithms. The advantages and limitations of each method are identified in terms of torque ripple compensation efficiency, reduction of harmonic distortions, and enhancement of system stability. Prospects for the development of DFIG control technologies are outlined in the context of integrating renewable energy sources into microgrids and ensuring power supply stability. Ref. 16, fig. 6.

Keywords: DFIG, microgrid, power quality, unbalanced voltage, vector control, fuzzy logic, direct power control.

Надійшла: 01.12.2025

Прийнята: 23.12.2025

Submitted: 01.12.2025

Accepted: 23.12.2025

УДК 621.313

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2026.73.071>

ВИЗНАЧЕННЯ ДИСКРЕТНОГО ОПТИМАЛЬНОГО ЗА КОМБІНОВАНИМ КВАДРАТИЧНИМ КРИТЕРІЄМ ЗАКОНУ КЕРУВАННЯ ІНЕРЦІЙНИМ ОБ'ЄКТОМ МЕТОДОМ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Ю.В. Шуруб^{1*}, канд. техн. наук, А.А. Руденський^{2**}

1 – Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна

2 – Національний університет біоресурсів і природокористування України,
вул. Героїв Оборони, 15, Київ, 03041, Україна

e-mail: yvshur@ukr.net

Стаття присвячена отриманню методики визначення оптимального за комбінованим квадратичним критерієм закону керування інерційним об'єктом за методом дискретного динамічного програмування. Використання комбінованого квадратичного критерію оптимальності дає змогу забезпечити точність виконання технологічного процесу та обмеження на енергетичні витрати. Функціонал якості комбінованого квадратичного критерію оптимальності являє собою квадратичну форму координат стану об'єкта та керуючих дій. Визначено, що оптимальний за комбінованим квадратичним критерієм закон керування інерційним об'єктом є лінійним за дискретним часом. Проаналізовано вплив періоду дискретизації на точність відтворення оптимальної траєкторії вихідної координати об'єкта керування. Бібл. 14, рис. 4, таблиця.

Ключові слова: оптимальне керування, динамічне програмування, функціонал якості, критерій оптимальності.

Вступ. Необхідність забезпечення якості технологічних процесів за одночасної мінімізації втрат енергії обумовлює застосування оптимальних систем керування, що гарантують комбінований квадратичний критерій оптимальності, де функціонал якості є квадратичною формою координат стану об'єкта та керуючих дій. Такий критерій дає змогу враховувати точність відтворення заданої дії та обмеження на енергетичні витрати.

Серед методів отримання оптимальних законів керування, таких як варіаційне числення [1, 2] та метод принципу максимуму [3, 4], метод динамічного програмування виділяється відсутністю необхідності розв'язку крайових задач, що виникають при накладанні обмежень на керування та на фазові координати об'єкта [5], які можуть бути такими, що не мають аналітичного розв'язку, зокрема, при великому порядку об'єкта керування. У рамках цієї роботи розглядатимемо скалярні рівняння динамічного програмування одновимірних систем оптимального керування об'єктами першого порядку. Але розглянута послідовність визначення оптимального дискретного закону керування, яка досить легко алгоритмізується, може бути розповсюджена і на багатомірні системи оптимального керування об'єктами вищих порядків при заміні у рівняннях динамічного програмування скалярних величин векторними.

В основі методу динамічного програмування лежить принцип оптимальності Р.Беллмана, одним з формулювань якого є таке твердження: кожна кінцева ділянка оптимальної траєкторії є зі свого боку оптимальною. Інше формулювання цього принципу: майбутня поведінка системи при оптимальному керуванні залежить тільки від стану системи на цей час та мети керування й не залежить від «передісторії», або поведінки системи в минулому.

Метод динамічного програмування може застосовуватись для синтезу регуляторів, що реалізують оптимальні закони керування як функції координат об'єкта в замкнених системах регулювання [6, 7], що, зокрема, дає змогу застосовувати оптимальне керування в умовах дії на об'єкт керування стохастичних збурень [5, 8, 9], а також для отримання оптимальних законів керування як функцій часу в розімкнених системах. В останньому випадку застосування оптимального керуючого пристрою дає змогу здійснити керований перехід об'єкта керування з одного усталеного режиму роботи до іншого (наприклад, частотний пуск асинхронного двигуна [10] за допомогою задавача інтенсивності) за мінімальних втрат.

В окремих випадках метод динамічного програмування може бути застосований до неперервних систем керування [11], але основна сфера його застосування лежить в області оптимізації дискретних автоматичних систем, що дає змогу реалізовувати оптимальний закон засобами цифрового керування. Однак водночас можуть виникати значні обчислювальні складності, пов'язані зі зростанням обсягу обчислень.

У межах цієї роботи розглядається узагальнена методика отримання дискретного оптимального закону керування як функції часу, що забезпечує комбінований квадратичний критерій оптимальності, інерційних об'єктів, до яких можна віднести нагрівні елементи, двигуни, генератори тощо [12] за допомогою методу динамічного програмування в дискретній формі.

Метою цієї роботи є отримання методики визначення дискретного оптимального за комбінованим квадратичним критерієм закону керування інерційним об'єктом за методом динамічного програмування та знаходження цього закону як функції дискретного часу.

Обґрунтування комбінованого квадратичного критерію оптимальності. Серед відомих критеріїв оптимальності розповсюдженим є критерій мінімуму середньої квадратичної похибки регулювання, що виражається функціоналом такого вигляду: $I = \int_{t_0}^{t_k} \delta^2(t) dt \rightarrow \min$,

де $\delta(t) = x(t) - x_r(t)$ – відхилення керованої змінної стану $x(t)$ від заданого значення $x_r(t)$ [6]. Тоді оптимальне керування має переводити систему з початкового $\delta(t_0)$ у кінцеве положення $\delta(t_k) = 0$ за час $T = t_k - t_0$ та забезпечувати мінімум заданого функціоналу. Для розімкнених систем, що мають здійснювати керований перехід об'єкта керування з одного усталеного режиму роботи до іншого (наприклад, пуск електродвигуна з нульової швидкості до заданої, яку можемо позначити як відносну одиницю), прийнемо $x_r(t) = x_r = 1$ (в.о.). Тоді оптимальне

керування повинно забезпечувати функціонал якості $I = \int_{t_0}^{t_k} x^2(t) dt \rightarrow \min$ та переводити змінну стану $x(t)$ із положення $x(t_0)$ у положення $x(t_k) = 1$ за час $T = t_k - t_0$.

Іншим розповсюдженим критерієм оптимальності є критерій мінімальних втрат енергії від керуючої дії $u(t)$. Наприклад, за деяких припущень втрати в обмотці якоря двигуна постійного струму пропорційні квадрату його напруги живлення [11]. За цього критерію оптимальне керування при переведенні вихідної величини об'єкта керування з початкового $x(t_0)$ у кінцевий стан $x(t_k)$ за час $T = t_k - t_0$ має забезпечувати мінімум функціонала

$$I = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min.$$

Поєднання вказаних двох квадратичних критеріїв дає змогу отримати комбінований квадратичний критерій оптимальності, що залежить від координат стану об'єкта та керуючих дій

$$I(x, u) = \int_{t_0}^{t_k} (x^2(t) + u^2(t)) dt \rightarrow \min, \text{ що забезпечує компромісне налаштування закону керування за врахування точності відтворення заданої дії та обмеження на енергетичні витрати.}$$

У загальному випадку квадратичний комбінований критерій оптимальності може бути застосований також для визначення оптимального за втратами закону керування об'єктами, втрати енергії в яких визначаються і координатами стану, і керуючими діями.

Обґрунтування методу динамічного програмування в дискретній формі. Нехай об'єкт керування описується рівнянням першого порядку

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, u). \quad (1)$$

Нехай при $t = 0$ та при $x = x(0)$ необхідно знайти керування $u(t)$, що мінімізує інтеграл

$$Q = \int_0^T G(x, u) dt. \quad (2)$$

Перейдемо до дискретної моделі та запишемо диференціальне рівняння (1) у різнице-
вій формі:

$$\frac{x(k+1) - x(k)}{\Delta t} = f_1[x(k), u(k)] \quad (3)$$

або

$$x(k+1) = x(k) + f[x(k), u(k)], \quad (4)$$

де $f[x(k), u(k)] = f_1[x(k), u(k)]\Delta t$.

Функціонал (2) наближено замінимо сумою

$$Q = \sum_{n=0}^{N-1} G[x(n), u(n)]. \quad (5)$$

Тепер задача полягає у визначенні послідовності дискретних $u(k)$, які мінімізують суму (5) при умовах $x = x(0)$, $u \in \Omega(u)$.

Отже, необхідно знайти мінімум складної функції N змінних $[u(0), u(1), \dots, u(N)]$. Однак динамічне програмування дає можливість звести цю операцію до послідовної мінімізації функції однієї змінної.

Для розв'язку задачі застосовується засіб, що полягає у зворотному русі від кінця процесу до його початку.

Розглянемо спочатку момент часу $t = (N-1)\Delta t$. Передбачається, що всі значення $u(k)$, крім останнього, вже в якийсь спосіб відбулись, водночас система зайняла якийсь стан $x(N-1)$. Згідно з принципом оптимальності керуюча дія в момент часу $t = (N-1)\Delta t$ не залежить від «передісторії» і визначається лише станом $x(N-1)$ та метою керування. Величина $u(N-1)$ впливає лише на ті члени суми (5), які відносяться до ділянки часу від $t = (N-1)\Delta t$ до $t = N\Delta t$. Позначимо суму цих членів Q_{N-1} :

$$Q_{N-1} = G[x(N-1), u(N-1)]. \quad (6)$$

Відповідно до (4), запишемо

$$x(N) = x(N-1) + f[x(N-1), u(N-1)]. \quad (7)$$

Знайдемо $u(N-1)$, яке задовольняє (7) та мінімізує (6). Позначимо мінімальні для кожного $x(N-1)$ значення Q_{N-1} через S_{N-1} , тоді

$$S_{N-1}[x(N-1)] = \min_{u(N-1) \in \Omega(u)} Q_{N-1} = \min_{u(N-1) \in \Omega(u)} \{G[x(N-1), u(N-1)]\}. \quad (8)$$

Звернемо увагу на те, що для визначення S_{N-1} треба проводити мінімізацію лише за однією змінною $u(N-1)$. Цю функцію необхідно запам'ятати перед переходом до наступних кроків.

Розглянемо тепер наступний крок:

$$Q_{N-2} = G[x(N-2), u(N-2)] + G[x(N-1), u(N-1)]. \quad (9)$$

Знайдемо S_{N-2} як мінімум Q_{N-2} по $u(N-2)$ та $u(N-1)$. Але мінімальні значення по $u(N-1)$ – S_{N-1} – нами вже знайдені для кожного $x(N-1)$. Тоді

$$S_{N-2}[x(N-2)] = \min_{\substack{u(N-2) \in \Omega(u) \\ u(N-1) \in \Omega(u)}} Q_{N-2} = \min_{u(N-2) \in \Omega(u)} \{G[x(N-2), u(N-2)] + S_{N-1}[x(N-1), u(N-1)]\}, \quad (10)$$

а

$$x(N-1) = x(N-2) + f[x(N-2), u(N-2)]. \quad (11)$$

І в цьому випадку мінімізація проводилась лише за $u(N-2)$ однією змінною. Тепер у пам'ять треба занести S_{N-2} та стерти непотрібні вже S_{N-1} .

Слід відзначити, що $u(N-2)$ мінімізує весь вираз (10), у той час як $G[x(N-2), u(N-2)]$ – зовсім не оптимальна. Оптимальна стратегія враховує кінцеву мету – мінімізацію всього виразу (10).

Переходячи до k -го кроку, одержимо

$$S_{N-k}[x(N-k)] = \min_{u(N-k) \in \Omega(u)} \{G[x(N-k), u(N-k)] + S_{N-k+1}[x(N-(k+1)), u(N-(k+1))]\}, \quad (12)$$

а

$$x(N-k) = x(N-(k+1)) + f[x(N-(k+1)), u(N-(k+1))]. \quad (13)$$

Паралельно у процесі мінімізації знаходимо оптимальні значення $u(N-k)$.

Формула (12) є рекурентним співвідношенням для визначення функціонала на будь-якому кроці. Закінчується процедура розрахунку при доведенні до початкової точки $x(0)$, коли знайдено значення $u(0)$ – керуючу дію у початковий момент.

Результати досліджень. Ця стаття присвячена отриманню методики визначення дискретного оптимального керування об'єктом, що може бути описаний передатною функцією інерційної ланки $W(s) = K(Ts + 1)^{-1}$ без конкретизації його фізичної природи (наприклад, нагрівний елемент, електродвигун постійного струму або асинхронний зі скалярним частотним керуванням за врахування тільки електромеханічної інерції та зневажання електромагнітної інерцією) для окремого прикладу з одиничними параметрами передатної функції. Але отримана послідовність визначення оптимального закону керування може бути застосована і для інших значень цих параметрів.

Інерційний об'єкт керування з одиничними коефіцієнтом передачі $K = 1$ та сталою часу $T = 1$ у формі Коші описується рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = u - x. \quad (14)$$

Необхідно визначити керування, яке переводить стан системи з $x(0) = 0$ у $x(1) = 1$, причому критерій якості має вигляд функціоналу:

$$I(x, u) = \int_0^1 (x^2 + u^2) dt \rightarrow \min. \quad (15)$$

Будемо розв'язувати дискретну задачу. На етапі визначення послідовності розрахунків за методикою, що розглядається, для зменшення кількості обчислень виберемо період дискретизації $\Delta t = 0,2$ с, при цьому початковий та кінцевий стани системи є заданими: $x_0 = 0,0$ в.о, $x_x = 1,0$ в.о. Розіб'ємо інтервал часу на частини (с): $t_0 = 0,0$; $t_1 = 0,2$; $t_2 = 0,4$; $t_3 = 0,6$; $t_4 = 0,8$; $t_5 = 1,0$. Координати x теж мають лише дискретні значення (в.о.) $x_0 = 0,0$; $x_1 = 0,2$; $x_2 = 0,4$; $x_3 = 0,6$; $x_4 = 0,8$; $x_5 = 1,0$.

Подамо (14) у різницевою вигляді:

$$\Delta x(k\Delta t) = [u(k\Delta t) - x(k\Delta t)] \cdot \Delta t, \quad (16)$$

звідки дискретні значення сигналу керування:

$$u(k\Delta t) = \frac{\Delta x(k\Delta t)}{\Delta t} + x(k\Delta t). \quad (17)$$

Функціонал (15) при переході до дискретних значень матиме вигляд

$$I(x, u) = \sum_{k=0}^4 [x^2(k\Delta t) + u^2(k\Delta t)] \Delta t. \quad (18)$$

Підставимо (17) у (18):

$$I(x, u) = \sum_{k=0}^4 \left[x^2(k\Delta t) + \left(\frac{\Delta x(k\Delta t)}{\Delta t} + x(k\Delta t) \right)^2 \right] \Delta t. \quad (19)$$

Приріст функціоналу на k -му кроці буде

$$\Delta I_k = [x^2(k\Delta t) + \left(\frac{\Delta x(k\Delta t)}{\Delta t} + x(k\Delta t) \right)^2] \Delta t. \quad (20)$$

Залежить приріст функціоналу (20) від стану об'єкта $x(k\Delta t)$ та приросту стану $\Delta x(k\Delta t)$.

Поставимо умову, що керована величина при переході з початкового $x_0 = 0,0$ у кінцевий стан $x_5 = 1,0$ не повинна зменшуватись, тобто значення x на поточному кроці не повинно бути меншим, ніж на попередньому. Ця умова обмежує кількість варіантів можливих переходів на кожному етапі.

Розрахунки значень ΔI_k при різних значеннях $x(k\Delta t)$ та $\Delta x(k\Delta t)$ зведемо у таблицю. Усього таких комбінацій може бути 21.

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$x(k\Delta t)$	1	0,8	0,8	0,6	0,6	0,6	0,4
$\Delta x(k\Delta t)$	0	0	0,2	0	0,2	0,4	0
ΔI_k	0,4	0,256	0,776	0,144	0,584	1,424	0,064

№ п/п	8	9	10	11	12	13	14
$x(k\Delta t)$	0,4	0,4	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2
$\Delta x(k\Delta t)$	0,2	0,4	0,6	0	0,2	0,4	0,6
ΔI_k	0,424	1,184	2,344	0,016	0,296	0,976	2,056

№ п/п	15	16	17	18	19	20	21
$x(k\Delta t)$	0,2	0	0	0	0	0	0
$\Delta x(k\Delta t)$	0,8	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
ΔI_k	3,536	0	0,2	0,8	1,8	3,2	5,0

1) Розв'язок почнемо з кінцевого етапу. У стан $x_5 = 1,0$ у момент часу $t_5 = 1,0$ об'єкт може перейти зі станів $x_0 = 0,0$; $x_1 = 0,2$; $x_2 = 0,4$; $x_3 = 0,6$; $x_4 = 0,8$; $x_5 = 1,0$ у момент часу $t_4 = 0,8$ при відповідних приростах стану. Значення приростів функціоналів якості ΔI_i^4 , ($i = 0, \dots, 5$ – порядковий номер стану об'єкта), обчислені за (20), при таких переходах будуть:

- а) $\Delta I_5^4 = 0,4$ при переході з $x_5 = 1,0$ у $x_5 = 1,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 1 таблиці);
- б) $\Delta I_4^4 = 0,776$ при переході з $x_4 = 0,8$ у $x_5 = 1,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,2$ – стовпчик № 3 таблиці);
- в) $\Delta I_3^4 = 1,424$ при переході з $x_3 = 1,0$ у $x_5 = 1,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,4$ – стовпчик № 6 таблиці);
- г) $\Delta I_2^4 = 2,344$ при переході з $x_2 = 0,4$ у $x_5 = 1,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,6$ – стовпчик № 10 таблиці);
- д) $\Delta I_1^4 = 3,536$ при переході з $x_1 = 0,2$ у $x_5 = 1,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,8$ – стовпчик № 15 таблиці);
- е) $\Delta I_0^4 = 5,0$ при переході з $x_0 = 0,0$ у $x_5 = 1,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 1,0$ – стовпчик № 21 таблиці).

Заносимо ці дані до схеми на рис. 1.

2) На наступному етапі обчислюємо прирости функціоналів при переході у стан $x_5 = 1,0$ із різних станів у момент часу $t_3 = 0,6$ за формулою

$$\Delta I_i^3 = \Delta I_{ik}^{34} + \Delta I_k^4,$$

де ΔI_{ik}^{34} – прирости функціоналу при переходах за різними траєкторіями з i -го стану у момент часу $t_3 = 0,6$ до k -го стану у момент часу $t_4 = 0,8$;

ΔI_k^4 – прирости функціоналу при переходах з k -го стану у момент часу $t_4 = 0,8$ до кінцевого стану $x_5 = 1,0$ у момент часу $t_5 = 1,0$.

а) Так, при переході зі стану $x_5 = 1,0$ при $t_3 = 0,6$ у стан $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$ можлива лише одна траєкторія. Тоді $\Delta I_{55}^{34} = 0,4$ (при $x(k\Delta t) = 1,0$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 1 таблиці) та приріст функціоналу

$$\Delta I_5^3 = \Delta I_{55}^{34} + \Delta I_5^4 = 0,4 + 0,4 = 0,8.$$

б) При переході зі стану $x_4 = 0,8$ при $t_3 = 0,6$ у стан $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$ можливі дві траєкторії.

Перша – з $x_4 = 0,8$ при $t_3 = 0,6$ у $x_4 = 0,8$ при $t_4 = 0,8$ та далі з $x_4 = 0,8$ при $t_4 = 0,8$ у $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$. При цьому $\Delta I_{44}^{34} = 0,256$ (при $x(k\Delta t) = 0,8$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 2 таблиці), та приріст функціоналу буде

$$\Delta I_4^3 = \Delta I_{44}^{34} + \Delta I_4^4 = 0,256 + 0,776 = 1,032.$$

Друга траекторія – з $x_4 = 0,8$ при $t_3 = 0,6$ у $x_5 = 1,0$ при $t_4 = 0,8$ та далі з $x_5 = 1,0$ при $t_4 = 0,8$ у $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$. При цьому $\Delta I_{45}^{34} = 0,776$ (при $x(k\Delta t) = 0,8$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,2$ – стовпчик № 3 таблиці), та приріст функціоналу буде

$$\Delta I_4^3 = \Delta I_{45}^{34} + \Delta I_5^4 = 0,776 + 0,4 = 1,16.$$

З цих двох значень ΔI_4^3 обираємо найменше $\Delta I_4^3 = 1,032$ та позначаємо на відповідній траекторії на рис. 1.

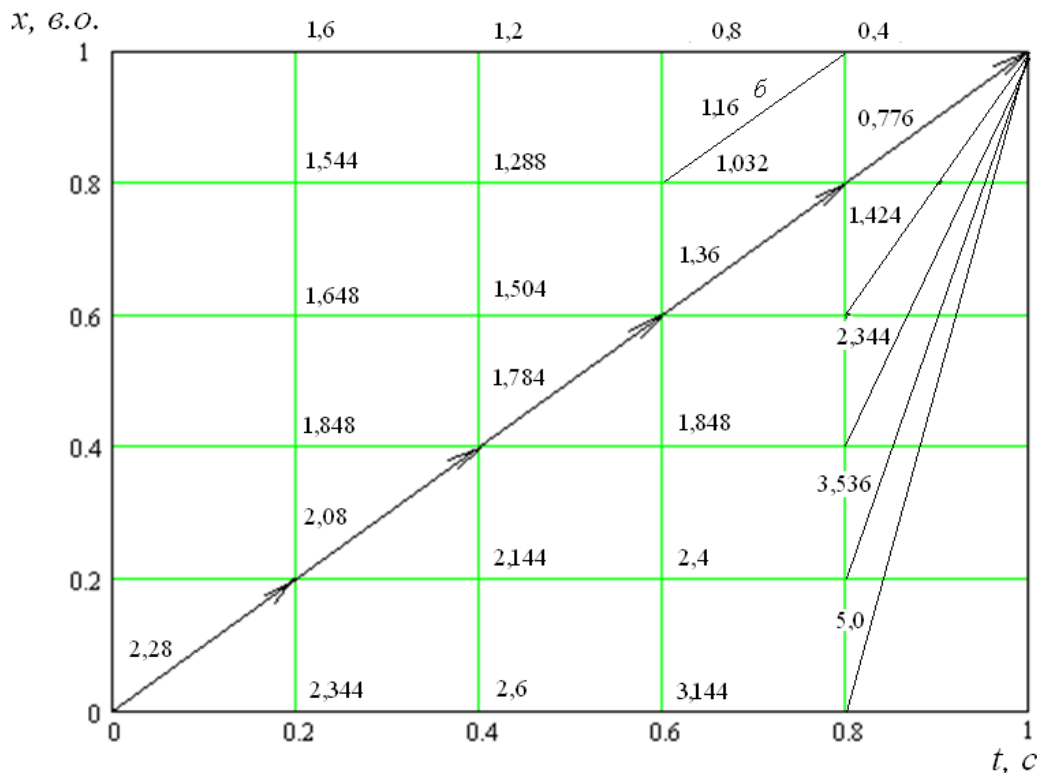


Рис. 1. Схема розрахунку оптимальної траекторії

Аналогічно розраховуємо мінімальні прирости функціоналу при інших траекторіях:

$$в) \Delta I_3^3 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{33}^{34} + \Delta I_3^4 = 0,144 + 1,424 = 1,568 \\ \Delta I_{34}^{34} + \Delta I_4^4 = 0,584 + 0,776 = 1,36 \\ \Delta I_{35}^{34} + \Delta I_5^4 = 1,424 + 0,4 = 1,824 \end{array} \right\} = 1,36;$$

$$г) \Delta I_2^3 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{22}^{34} + \Delta I_2^4 = 0,064 + 2,344 = 2,408 \\ \Delta I_{23}^{34} + \Delta I_3^4 = 0,424 + 1,424 = 1,848 \\ \Delta I_{24}^{34} + \Delta I_4^4 = 1,184 + 0,776 = 1,960 \\ \Delta I_{25}^{34} + \Delta I_5^4 = 2,344 + 0,4 = 2,744 \end{array} \right\} = 1,848;$$

$$д) \Delta I_1^3 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{11}^{34} + \Delta I_1^4 = 0,016 + 3,536 = 3,552 \\ \Delta I_{12}^{34} + \Delta I_2^4 = 0,296 + 2,344 = 2,64 \\ \Delta I_{13}^{34} + \Delta I_3^4 = 0,976 + 1,424 = 2,4 \\ \Delta I_{14}^{34} + \Delta I_4^4 = 2,056 + 0,776 = 2,832 \\ \Delta I_{15}^{34} + \Delta I_5^4 = 3,536 + 0,4 = 3,936 \end{array} \right\} = 2,4;$$

$$е) \Delta I_0^3 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{00}^{34} + \Delta I_0^4 = 0,0 + 5,0 = 5,0 \\ \Delta I_{01}^{34} + \Delta I_1^4 = 0,2 + 3,536 = 3,736 \\ \Delta I_{02}^{34} + \Delta I_2^4 = 0,8 + 2,344 = 3,144 \\ \Delta I_{03}^{34} + \Delta I_3^4 = 1,8 + 1,424 = 3,224 \\ \Delta I_{04}^{34} + \Delta I_4^4 = 3,2 + 0,776 = 3,976 \\ \Delta I_{05}^{34} + \Delta I_5^4 = 5,0 + 0,4 = 5,4 \end{array} \right\} = 3,144 .$$

Позначаємо отримані мінімальні значення ΔI_i^3 на відповідних траєкторіях схеми на рис. 1.

3) Далі обчислюємо прирости функціоналів при переході у стан $x_5 = 1,0$ із різних станів у момент часу $t_2 = 0,4$ за формулою

$$\Delta I_i^2 = \Delta I_{ik}^{23} + \Delta I_k^3,$$

де ΔI_{ik}^{23} – прирости функціоналу при переходах за різними траєкторіями з i -го стану в момент часу $t_2 = 0,4$ до k -го стану в момент часу $t_3 = 0,6$;

ΔI_k^3 – прирости функціоналу при переходах з k -го стану в момент часу $t_3 = 0,6$ до кінцевого стану $x_5 = 1,0$ в момент часу $t_5 = 1,0$.

а) При переході із стану $x_5 = 1,0$ при $t_2 = 0,4$ у стан $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$ можлива лише одна траєкторія. Тоді $\Delta I_{55}^{23} = 0,4$ (при $x(k\Delta t) = 1,0$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 1 таблиці) та приріст функціоналу

$$\Delta I_5^2 = \Delta I_{55}^{23} + \Delta I_5^3 = 0,4 + 0,8 = 1,2 .$$

Позначаємо це значення на відповідній траєкторії на рис. 1.

б) При переході зі стану $x_4 = 0,8$ при $t_2 = 0,4$ у стан $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$ можливі такі варіанти.

Перший – з $x_4 = 0,8$ при $t_2 = 0,4$ у $x_4 = 0,8$ при $t_3 = 0,6$. При цьому $\Delta I_{44}^{23} = 0,256$ (при $x(k\Delta t) = 0,8$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 2 таблиці). Далі можливі дві траєкторії:

а) з $x_4 = 0,8$ при $t_3 = 0,6$ у $x_4 = 0,8$ при $t_4 = 0,8$ та далі в $x_5 = 1,0$ (при цьому $\Delta I_4^3 = 1,032$),

б) з $x_4 = 0,8$ при $t_3 = 0,6$ у $x_5 = 1,0$ при $t_4 = 0,8$ та далі в $x_5 = 1,0$ (при цьому $\Delta I_4^3 = 1,16$).

Траєкторію з більшим приростом функціоналу якості (траєкторію б) не беремо до уваги, як таку, що не відповідає принципу оптимальності. Тоді приріст функціоналу в цьому варіанті буде

$$\Delta I_4^2 = \Delta I_{44}^{23} + \Delta I_4^3 = 0,256 + 1,032 = 1,288 .$$

Другий варіант – з $x_4 = 0,8$ при $t_2 = 0,4$ у $x_5 = 1,0$ при $t_3 = 0,6$ та далі у $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$. У цьому варіанті можлива лише одна траєкторія з $\Delta I_{45}^{23} = 0,776$ (при $x(k\Delta t) = 0,8$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,2$ – стовпчик № 3 таблиці), та приріст функціоналу буде

$$\Delta I_4^2 = \Delta I_{45}^{23} + \Delta I_5^3 = 0,776 + 0,8 = 1,576 .$$

З цих двох значень ΔI_4^2 обираємо найменше $\Delta I_4^2 = 1,288$ та позначаємо це значення на відповідній траєкторії на рис. 1.

Аналогічно розраховуємо мінімальні прирости функціоналу при інших траєкторіях:

$$в) \Delta I_3^2 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{33}^{23} + \Delta I_3^3 = 0,144 + 1,36 = 1,504 \\ \Delta I_{34}^{23} + \Delta I_4^3 = 0,584 + 1,032 = 1,616 \\ \Delta I_{35}^{23} + \Delta I_5^3 = 1,424 + 0,8 = 2,224 \end{array} \right\} = 1,504 ;$$

$$\text{г) } \Delta I_2^2 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{22}^{23} + \Delta I_2^3 = 0,064 + 1,848 = 1,912 \\ \Delta I_{23}^{23} + \Delta I_3^3 = 0,424 + 1,36 = 1,784 \\ \Delta I_{24}^{23} + \Delta I_4^3 = 1,184 + 1,032 = 2,216 \\ \Delta I_{25}^{23} + \Delta I_5^3 = 2,344 + 0,8 = 3,144 \end{array} \right\} = 1,784;$$

$$\text{д) } \Delta I_1^2 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{11}^{23} + \Delta I_1^3 = 0,016 + 2,4 = 2,458 \\ \Delta I_{12}^{23} + \Delta I_2^3 = 0,296 + 1,848 = 2,144 \\ \Delta I_{13}^{23} + \Delta I_3^3 = 0,976 + 1,36 = 2,336 \\ \Delta I_{14}^{23} + \Delta I_4^3 = 2,056 + 1,032 = 3,088 \\ \Delta I_{15}^{23} + \Delta I_5^3 = 3,536 + 0,8 = 4,336 \end{array} \right\} = 2,144;$$

$$\text{е) } \Delta I_0^2 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{00}^{23} + \Delta I_0^3 = 0,0 + 3,144 = 3,144 \\ \Delta I_{01}^{23} + \Delta I_1^3 = 0,2 + 2,4 = 2,6 \\ \Delta I_{02}^{23} + \Delta I_2^3 = 0,8 + 1,848 = 2,648 \\ \Delta I_{03}^{23} + \Delta I_3^3 = 1,8 + 1,36 = 3,16 \\ \Delta I_{04}^{23} + \Delta I_4^3 = 3,2 + 1,032 = 4,232 \\ \Delta I_{05}^{23} + \Delta I_5^3 = 5,0 + 0,8 = 5,8 \end{array} \right\} = 2,6.$$

Позначаємо отримані мінімальні значення ΔI_i^2 на відповідних траєкторіях на рис. 1.

4) Аналогічно природи функціоналів при переході у стан $x_5 = 1,0$ із різних станів у момент часу $t_1 = 0,2$ обчислюються за формулою

$$\Delta I_i^1 = \Delta I_{ik}^{12} + \Delta I_k^2,$$

де ΔI_{ik}^{12} – природи функціоналу при переходах за різними траєкторіями з i -го стану в момент часу $t_1 = 0,2$ до k -го стану в момент часу $t_2 = 0,4$;

ΔI_k^2 – природи функціоналу при переходах з k -го стану в момент часу $t_2 = 0,4$ до кінцевого стану $x_5 = 1,0$ в момент часу $t_5 = 1,0$.

а) При переході зі стану $x_5 = 1,0$ при $t_1 = 0,2$ у стан $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$ можлива лише одна траєкторія. Тоді $\Delta I_{55}^{12} = 0,4$ (при $x(k\Delta t) = 1,0$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 1 таблиці) та приріст функціоналу

$$\Delta I_5^1 = \Delta I_{55}^{12} + \Delta I_5^2 = 0,4 + 1,2 = 1,6.$$

Позначаємо це значення на відповідній траєкторії на рис. 1.

б) При переході зі стану $x_4 = 0,8$ при $t_1 = 0,2$ у стан $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$ можливі такі варіанти.

Перший – з $x_4 = 0,8$ при $t_1 = 0,2$ у $x_4 = 0,8$ при $t_2 = 0,4$. При цьому $\Delta I_{44}^{12} = 0,256$ (при $x(k\Delta t) = 0,8$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 2 таблиці). Серед подальших можливих траєкторій руху зі стану $x_4 = 0,8$ при $t_2 = 0,4$ обираємо траєкторію з найменшим приростом функціоналу $\Delta I_4^2 = 1,288$, як позначено на відповідній траєкторії на рис. 1.

Тоді приріст функціоналу в цьому варіанті буде

$$\Delta I_4^1 = \Delta I_{44}^{12} + \Delta I_4^2 = 0,256 + 1,288 = 1,544.$$

Другий варіант – з $x_4 = 0,8$ при $t_1 = 0,2$ у $x_5 = 1,0$ при $t_2 = 0,4$ та далі у $x_5 = 1,0$ при $t_5 = 1,0$. У цьому варіанті можлива лише одна траєкторія з $\Delta I_{45}^{12} = 0,776$ (при $x(k\Delta t) = 0,8$ приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,2$ – стовпчик № 3 таблиці), та приріст функціоналу буде

$$\Delta I_4^1 = \Delta I_{45}^{12} + \Delta I_5^2 = 0,776 + 1,2 = 1,978.$$

Із цих двох значень ΔI_4^1 обираємо найменше $\Delta I_4^1 = 1,544$ та позначаємо це значення на відповідній траєкторії на рис. 1.

Аналогічно розраховуємо мінімальні прирости функціоналу при інших траєкторіях:

$$в) \Delta I_3^1 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{33}^{12} + \Delta I_3^2 = 0,144 + 1,504 = 1,648 \\ \Delta I_{34}^{12} + \Delta I_4^2 = 0,584 + 1,288 = 1,872 \\ \Delta I_{35}^{12} + \Delta I_5^2 = 1,424 + 1,2 = 2,624 \end{array} \right\} = 1,648 ;$$

$$г) \Delta I_2^1 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{22}^{12} + \Delta I_2^2 = 0,064 + 1,784 = 1,848 \\ \Delta I_{23}^{12} + \Delta I_3^2 = 0,424 + 1,504 = 1,928 \\ \Delta I_{24}^{12} + \Delta I_4^2 = 1,184 + 1,288 = 2,472 \\ \Delta I_{25}^{12} + \Delta I_5^2 = 2,344 + 1,2 = 3,544 \end{array} \right\} = 1,848 ;$$

$$д) \Delta I_1^1 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{11}^{12} + \Delta I_1^2 = 0,016 + 2,144 = 2,160 \\ \Delta I_{12}^{12} + \Delta I_2^2 = 0,296 + 1,784 = 2,08 \\ \Delta I_{13}^{12} + \Delta I_3^2 = 0,976 + 1,504 = 2,48 \\ \Delta I_{14}^{12} + \Delta I_4^2 = 2,056 + 1,288 = 3,344 \\ \Delta I_{15}^{12} + \Delta I_5^2 = 3,536 + 1,2 = 4,736 \end{array} \right\} = 2,08 ;$$

$$е) \Delta I_0^1 = \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta I_{00}^{12} + \Delta I_0^2 = 0,0 + 2,6 = 2,6 \\ \Delta I_{01}^{12} + \Delta I_1^2 = 0,2 + 2,144 = 2,344 \\ \Delta I_{02}^{12} + \Delta I_2^2 = 0,8 + 1,784 = 2,584 \\ \Delta I_{03}^{12} + \Delta I_3^2 = 1,8 + 1,504 = 3,304 \\ \Delta I_{04}^{12} + \Delta I_4^2 = 3,2 + 1,288 = 3,488 \\ \Delta I_{05}^{12} + \Delta I_5^2 = 5,0 + 1,2 = 6,2 \end{array} \right\} = 2,344 .$$

Позначаємо отримані мінімальні значення ΔI_i^1 на відповідних траєкторіях на рис. 1.

5) На останньому етапі визначаємо прирости функціоналів при переході у стан $x_5 = 1,0$ із однієї вихідної точки $x_0 = 0,0$ за формулою

$$\Delta I_0^0 = \Delta I_{ik}^{01} + \Delta I_k^1,$$

де ΔI_{0k}^{01} – прирости функціоналу при переходах з 0-го стану в момент часу $t_0 = 0,0$ до k -го стану в момент часу $t_1 = 0,2$; ΔI_k^1 – прирости функціоналу при переходах з k -го стану в момент часу $t_1 = 0,2$ до кінцевого стану $x_5 = 1,0$ в момент часу $t_5 = 1,0$.

При цьому можливі 6 варіантів таких переходів:

- а) $\Delta I_0^0 = 0 + 2,344 = 2,344$ при переході з $x_0 = 0,0$ у $x_1 = 0,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0$ – стовпчик № 16 таблиці);
- б) $\Delta I_0^0 = 0,2 + 2,08 = 2,28$ при переході з $x_0 = 0,0$ у $x_1 = 0,2$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,2$ – стовпчик № 17 таблиці);
- в) $\Delta I_0^0 = 0,8 + 1,848 = 2,648$ при переході з $x_0 = 0,0$ у $x_1 = 0,4$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,4$ – стовпчик № 18 таблиці);
- г) $\Delta I_0^0 = 1,8 + 1,648 = 3,448$ при переході з $x_0 = 0,0$ у $x_1 = 0,6$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,6$ – стовпчик № 19 таблиці);
- д) $\Delta I_0^0 = 3,2 + 1,544 = 4,744$ при переході з $x_0 = 0,0$ у $x_1 = 0,8$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 0,8$ – стовпчик № 20 таблиці);
- е) $\Delta I_0^0 = 5,0 + 1,6 = 6,6$ при переході з $x_0 = 0,0$ у $x_1 = 1,0$ (приріст $\Delta x(k\Delta t) = 1,0$ – стовпчик № 21 таблиці).

Із цих значень приросту функціоналу обираємо найменше $\Delta I_{0\min}^0 = 2,28$. Отже, мінімальне значення сумарного критерію оптимальності $I_{\min} = 2,28$ досягається для траєкторії,

що показана на рис. 1 жирною лінією.

Таким чином, необхідне керування, яке через кожні 0,2 с збільшує вихідну величину x на 0,2. Дискретні значення сигналу керування при цьому мають відповідати формулі

$$u(k\Delta t) = \frac{\Delta x(k\Delta t)}{\Delta t} + x(k\Delta t)$$

та дорівнюватимуть (в.о.) $u_0 = 1$; $u_1 = 1,2$; $u_2 = 1,4$; $u_3 = 1,6$; $u_4 = 1,8$. Отже, отриманий оптимальний закон керування є лінійним за дискретним часом.

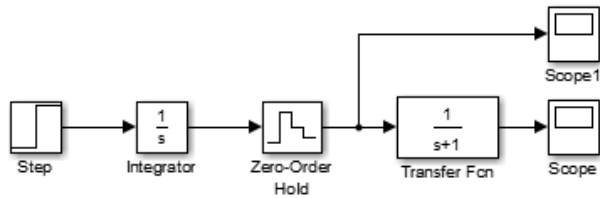
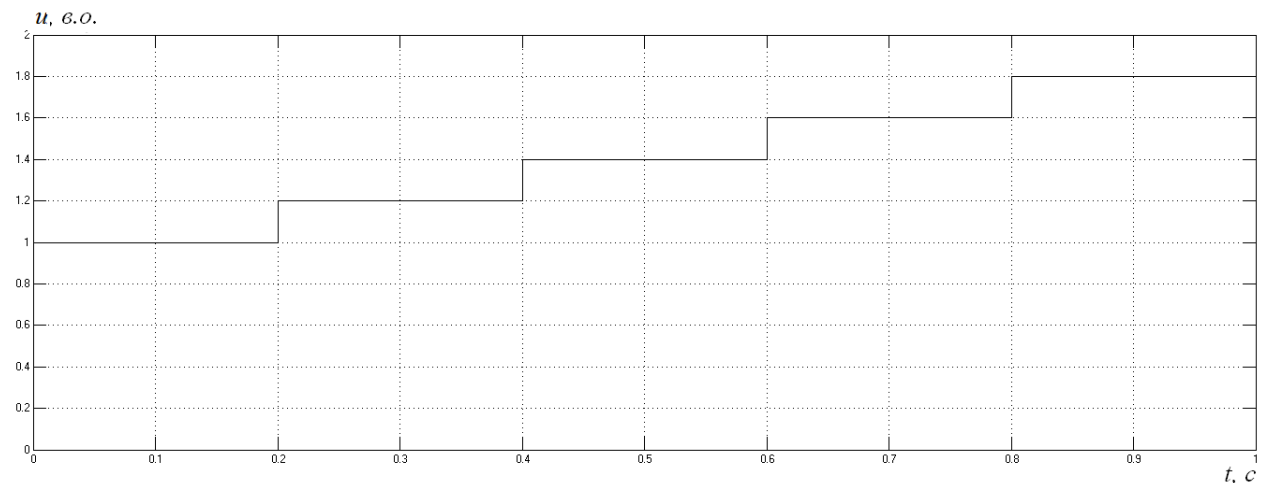


Рис. 2. Структурна схема дослідження розімкненої системи керування

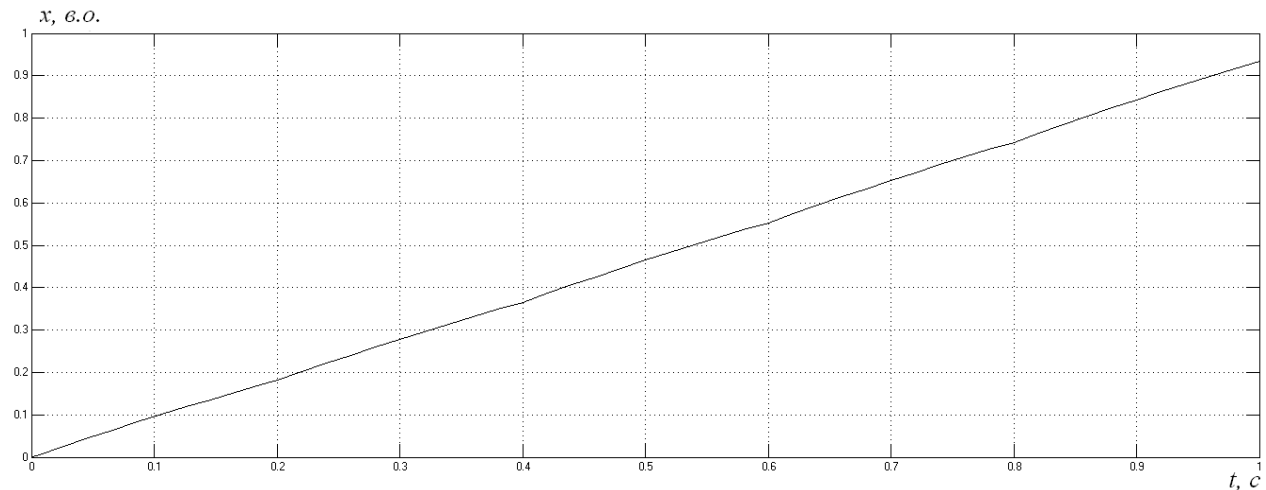
Аналіз отриманих результатів.

Аналіз якості системи при дії оптимального за комбінованим квадратичним критерієм керування є самостійною задачею та потребує окремого дослідження для кожного конкретного об'єкта керування. У межах цієї роботи розглянемо вплив періоду дискретизації на якість оптимізованої системи розімкненого керування інерційним об'єктом за структурною схемою на рис. 2.

На рис. 3 подані графіки зміни в часі керуючої дії (а) та вихідної координати об'єкта керування (б) за використаного раніше періоду дискретизації $\Delta t = 0,2$ с, що дорівнює 20 % від сталої часу об'єкта. Видно, що за даного Δt траєкторія вихідної координати відхиляється від оптимальної із похибкою в кінцевій точці за $t_k = 1,0$ с, що дорівнює 0,065 в.о. або 6,5 %.



а



б

Рис. 3. Графіки керуючої дії (а) та вихідної координати об'єкта керування (б) за $\Delta t = 0,2$ с

Зменшимо період дискретизації керуючої дії до 2 % від сталої часу об'єкта $\Delta t = 0,02$ с (рис. 4 а). Із графіку зміни в часі вихідної координати об'єкта керування (рис. 4 б) видно значне наближення траєкторії вихідної координати до оптимальної із похибкою в кінцевій точці за $t_k = 1,0$ с, що дорівнює 0,005 в.о. або 0,5 %.

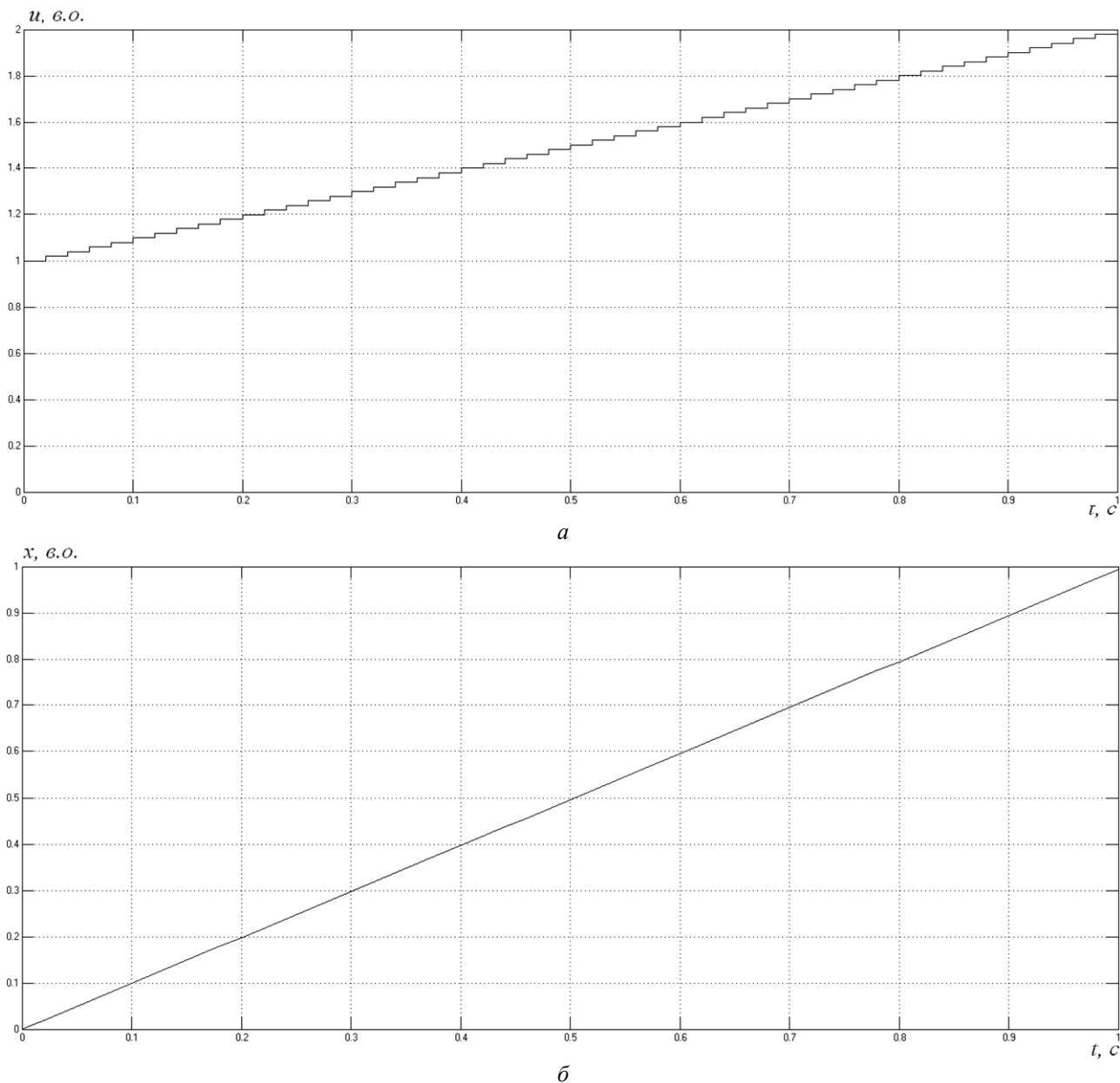


Рис. 4. Графіки керуючої дії (а) та вихідної координати об'єкта керування (б) за $\Delta t = 0,02$ с

Загалом можна сказати, що при виборі періоду дискретизації слід дотримуватись положень імпульсної теореми Котельникова-Шеннона та рекомендацій щодо проектування цифрових систем керування [13, 14].

Висновки. Застосування комбінованого квадратичного критерію оптимальності, де функціонал якості являє собою квадратичну форму координат стану об'єкта та керуючих дій, дає змогу враховувати точність відтворення заданої дії та обмеження на енергетичні витрати. Отримано скалярні рівняння динамічного програмування в дискретній формі одномірних систем оптимального керування інерційними об'єктами першого порядку та на їхній основі знайдено оптимальний за комбінованим квадратичним критерієм дискретний закон керування такими об'єктами. Визначено, що такий оптимальний закон керування є лінійним за часом. Отримані результати можуть бути розповсюджені й на багатомірні системи оптима-

льного керування об'єктами вищих порядків при заміні в рівняннях динамічного програмування скалярних величин векторними.

1. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления. Л.: Энергия, 1977. 280 с.
2. Krotov V.F. Global methods in optimal control theory. New York, Basel, Hong Kong: Marcel Dekker Inc., 1996. 384 p.
3. Григоров О.В., Ловейкін В.С. Оптимальне керування рухом механізмів вантажопідійомних машин. К.: ІЗМН, 1997. 264 с.
4. Григоров О.В., Петренко Н.О. Вантажопідійомні машини. Х.: НТУ „ХПІ”, 2005. 304 с.
5. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Динаміка і оптимізація режимів руху мостових кранів. Київ: ТЦ Компрінт, 2016. 314 с.
6. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: Либідь, 2007. 656 с.
7. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Оптимізація руху вантажопідійомного крана із траверсною підвіскою вантажу методом динамічного програмування. *Машинобудування*. 2012. № 10. С. 15-32.
8. Gui-kai Sun, Chong-xun Mo, Qun-chao Du and Fang-gui Liu. Study on the stochastic dynamic programming method based on the expected benefit. *2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*, Wuhan, China, 2010. Pp. 1272–1275. DOI: <https://doi.org/10.1109/MACE.2010.5536366>.
9. Шуруб Ю.В. Розробка системи керування трифазно-однофазних асинхронних електроприводів при випадкових навантаженнях. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2012. Вип.1(17). С. 12–15.
10. Чорний О.П., Ноженко В.Ю., Титюк В.К., Данилейко О.К. Дослідження пуску частотно-регульованого електроприводу зарезонансної вібраційної машини. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика»*. 2020. № 4 (1358). С. 19–25. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-8024.2020.4.02>
11. Шуруб Ю.В., Руденський А.А. Застосування неперервних рівнянь динамічного програмування для визначення оптимальних законів керування автоматичних систем. *Енергетика і автоматика*. 2025. № 1. С. 17–26. DOI: [https://doi.org/10.31548/energiya1\(77\).2025.017](https://doi.org/10.31548/energiya1(77).2025.017)
12. Головінський Б.Л., Шуруб Ю.В., Лисенко В.П. Теорія автоматичного управління. Київ: Вид. Центр НУБІП України, 2012. 240 с.
13. Franklin G. F., Powell J. D., Workman M. L. Digital Control of Dynamic Systems. AddisonWesley, 1998. 742 p.
14. Шуруб Ю.В., Цицюрський Ю.Л. Вибір періоду дискретизації цифрових регуляторів промислових електроприводів. *Праці інституту електродинаміки Національної академії наук України*. 2025. Вип. 72. С. 71–81. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.071>

DETERMINATION OF THE DISCRETE OPTIMAL BY THE COMBINED QUADRATIC CRITERIA CONTROL LAW OF INERTIAL OBJECT USING THE DYNAMIC PROGRAMMING METHOD

Yu.V. Shurub¹, A.A. Rudenskiy²

1 – Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Beresteyskiy ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine

2 – National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony str., 15, Kyiv, 03041, Ukraine

e-mail: yvshur@ukr.net

The article is devoted to obtaining a method for determining the optimal combined quadratic criterion of the inertial object control law using the discrete dynamic programming method. The use of the combined quadratic criterion of optimality allows to ensure the accuracy of the technological process execution and the limitation of energy consumption. The quality functional of the combined quadratic criterion of optimality represents the quadratic form of the coordinates of the object state and control actions. It is determined that the optimal by the combined quadratic criterion control law of the inertial object is linear in discrete time. The influence of the sampling period on the accuracy of reproducing the optimal trajectory of the output coordinate of the control object is analyzed. Ref. 14, fig. 4, table.

Keywords: optimal control, dynamic programming, quality functional, optimality criterion.

1. Petrov Yu.P. Variational methods of optimal control theory. L.:Energija, 1977. 280 p. (Rus)
2. Krotov V.F. Global methods in optimal control theory. New York, Basel, Hong Kong: Marcel Dekker Inc., 1996. 384 p.
3. Grigorov O.V., Lovejkin V.S. Optimal control of the movement of lifting machinery mechanisms. Kyiv, Ukraine: IZMN, 1997. 264 p. (Ukr)
4. Grigorov O.V., Petrenko V.S. Lifting machines. Kharkiv: NTU KhPI, 2005. 304 p. (Ukr)

5. Loveykin V.S., Romasevich Yu.O. Dynamics and optimization of traffic overhead cranes. Kiyv: TsP KOMPRINT, 2016. 314 p. (Ukr)
6. Popovych M.G., Kovalchuk O.V. Theory of automatic control: textbook. Kyiv: Lybid, 2007. 656 p. (Ukr)
7. Loveykin V.S., Romasevich Yu.O. Optimization of the movement of a crane with a traverse suspension of the load using the dynamic programming method. *Mechanical engineering*. 2012. No 10. Pp. 15–32. (Ukr)
8. Gui-kai Sun, Chong-xun Mo, Qun-chao Du and Fang-gui Liu. Study on the stochastic dynamic programming method based on the expected benefit. *2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*, Wuhan, China, 2010. Pp. 1272–1275. DOI: <https://doi.org/10.1109/MACE.2010.5536366>.
9. Shurub Yu.V. Working out of system of control of three-one phase induction electric drives at random loads. *Elektromekhanichni i energozberigayuchi systemy*. 2012. No 1. Pp. 12–15. (Ukr)
10. Chornyi O.P., Nozhenko V.Yu., Tytiuk V.K., Danileyko O.K. Study of starting a frequency-regulated electric drive of above resonance vibration machine. *Bulletin of the National Technical University KhPI. Series Problems of the automated electric drive. Theory and practice*. 2020. No 4 (1358). Pp. 19–25. (Rus) DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-8024.2020.4.02>
11. Shurub Y., Rudenskiy A. Application of continuous dynamic programming equations to determine optimal control laws of automated systems. *Energy and Automation*. 2025. No 1. Pp. 17–26. (Ukr) DOI: [https://doi.org/10.31548/energiya1\(77\).2025.017](https://doi.org/10.31548/energiya1(77).2025.017)
12. Golovinskiy B.L., Shurub Yu.V., Lysenko V.P. Theory of automatic control. Kiyv: NUBIPU, 2012. 240 p. (Ukr)
13. Franklin G. F., Powell J. D., Workman M. L. Digital Control of Dynamic Systems. AddisonWesley, 1998. 742 p.
14. Shurub Yu.V., Tsitsyurskiy Yu.L. Selection of the sampling period of digital regulators of industrial electric drives. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2025. No 72. Pp. 71–81. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.071>

Надійшла: 07.04.2026

Прийнята: 27.04.2026

Submitted: 07.04.2026

Accepted: 27.04.2026